

Cahier de vacances de la Toussaint

Six séances pour consolider les bases du début d'année : l'essentiel du cours, des méthodes, du calcul minute et des exercices

COMMENT UTILISER CE LIVRET

Six séances, une par jour, de 45 minutes à 1 heure. Chacune suit le même déroulé :

Étape	Durée	Ce que tu fais
1. L'essentiel	10 min	Lis les encadrés, refais les exemples rédigés sans regarder, puis recopie de mémoire les définitions et les formules au brouillon.
2. Calcul minute	5 min	Des automatismes : calcul numérique, fractions, puissances, pourcentages, lecture rapide. Chronomètre-toi, sans calculatrice. Note ton score et ton temps.
3. Exercices	30 à 40 min	Dans l'ordre des étoiles : ★ vérifier le cours, ★★ l'appliquer, ★★★ raisonner et rédiger.
4. Correction	10 min	Avec le corrigé, en rouge. Compare ta rédaction à celle du corrigé, pas seulement le résultat.
5. Bilan	2 min	Coche ce que tu sais faire. Ce qui n'est pas coché sera repris le dernier jour.

Le programme des deux semaines

Jour	Séance	Thème
Semaine 1 · jour 1	1. Les outils de seconde	Calcul algébrique
Semaine 1 · jour 2	2. Second degré : la forme canonique	Le second degré
Semaine 1 · jour 3	3. Second degré : discriminant et racines	
Semaine 1 · jour 4	4. Second degré : signe et inéquations	
Semaine 2 · jour 1	5. Suites : les définitions	Les suites numériques
Semaine 2 · jour 2	6. Suites arithmétiques et géométriques	
Semaine 2 · jour 3	Test de rentrée (20 min), puis reprise de toutes les cases « Je sais faire » non cochées.	

Les jours sans séance, refais un calcul minute déjà fait et essaie de battre ton temps : les automatismes se forment par la répétition.

LA RÈGLE D'OR : DES FICHES « MÉTHODE », PAS SEULEMENT DES FICHES « COURS »

À la fin de chaque séance, écris sur une petite fiche une méthode en trois étapes, avec un exemple traité. Une fiche « Cours » dit *ce qui est vrai* ; une fiche « Méthode » dit *quoi faire*, et c'est elle qu'on relit la veille d'un contrôle.

1. Comment dresser le tableau de signes d'un produit ou d'un quotient ?
2. Comment mettre un trinôme sous forme canonique ?
3. Comment résoudre $ax^2 + bx + c = 0$?
4. Comment résoudre une inéquation du second degré ?
5. Comment étudier le sens de variation d'une suite ?
6. Comment reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ?

La fiche 3 est entièrement rédigée pour toi à la séance 3 : sers-t'en de modèle pour les cinq autres.

1 Séance 1 — Les outils de seconde

Objectif : développer, factoriser, résoudre une inéquation et dresser un tableau de signes sans hésiter.

LES IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples : $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$; $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$; $(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$.

FACTORISER

C'est écrire une somme sous forme d'un **produit**.

Deux outils :

le facteur commun : $(x + 1)(2x - 3) - (x + 1)(x + 4)$
 $= (x + 1)[(2x - 3) - (x + 4)] = (x + 1)(x - 7)$;

une identité lue de droite à gauche : $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$.

INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

On peut ajouter un même nombre aux deux membres, ou les multiplier par un même nombre **strictement positif**, sans changer le sens. Si on multiplie ou divise par un nombre **strictement négatif**, le sens change.

Exemple : $3 - 2x > 7 \Leftrightarrow -2x > 4 \Leftrightarrow x < -2$. **S** = $]-\infty ; -2[$.

SIGNE DE $ax + b$ (AVEC $a \neq 0$)

$ax + b$ s'annule en $x = -\frac{b}{a}$. Elle est **du signe de a à droite** de cette valeur, et du signe contraire à gauche.

Exemple : $-2x + 6$ s'annule en 3 ; ici $a = -2 < 0$:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-2x + 6$	+	0	-

Le tableau de signes d'un produit ou d'un quotient

On étudie le signe de chaque facteur sur sa ligne, puis on applique la **règle des signes** colonne par colonne : deux signes identiques donnent +, deux signes contraires donnent -.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$x + 1$	-	0	+	+
$-2x + 6$	+	+	0	-
$(x + 1)(-2x + 6)$	-	0	+	-

Signe de $(x + 1)(-2x + 6)$: positif entre les racines -1 et 3.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x - 2$	-	-	0	+
$x + 1$	-	0	+	+
$(x - 2) / (x + 1)$	+	-	0	+

Signe de $\frac{x - 2}{x + 1}$: la double barre marque la valeur interdite -1.

MÉTHODE — COMMENT DRESSER LE TABLEAU DE SIGNES D'UN PRODUIT OU D'UN QUOTIENT ?

1. **Résoudre** « facteur = 0 » pour chaque facteur, et placer toutes les valeurs trouvées dans l'ordre croissant sur la ligne des x .
2. **Une ligne par facteur** : un 0 sous la valeur qui l'annule, et le signe de a à droite de cette valeur. Pour un quotient, la valeur qui annule le dénominateur est **interdite** : double barre sur la dernière ligne.
3. **Dernière ligne** : règle des signes colonne par colonne. On lit ensuite la solution de l'inéquation, avec des crochets fermés aux zéros si l'inégalité est large, et toujours ouverts aux valeurs interdites.

TROIS PIÈGES

Le carré d'une somme : $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$ (il manque $6x$).

Diviser par un négatif sans changer le sens.

Simplifier par $x + 1$ dans une inéquation : son signe est inconnu ; on dresse un tableau.

AU BROUILLON : LA VALEUR TEST

Contrôle un tableau en calculant chaque ligne pour une valeur simple, par exemple $x = 0$. Pour $(x + 1)(-2x + 6)$, on trouve $1 \times 6 = 6 > 0$: la case entre -1 et 3 porte bien un $+$.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. 15% de $80 =$

2. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$

3. $2^5 \times 2^{-3} =$

4. $0,2 \times 0,03 =$

5. $(x - 3)^2 =$

6. Factorise $9x^2 - 16$:

7. $-3x + 12$ s'annule en $x =$

8. Signe de $5x - 10$ en $x = 0$:

9. $-2x \geq 8 \Leftrightarrow x \in$

10. Augmenter de 20% , c'est multiplier par

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Développer et réduire ★

Distributivité et identités remarquables.

a. $A = (3x - 2)^2$

b. $B = (x + 4)(x - 4) - (x + 1)^2$

c. $C = (2x + 1)(x - 3)$

Exercice 2 — Factoriser ★

Facteur commun ou identité ?

a. $D = x^2 - 10x + 25$

b. $E = 16x^2 - 1$

c. $F = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)(x + 5)$

d. $G = (x + 2)^2 - 9$

Exercice 3 — Résoudre des inéquations ★★

Attention au sens ; réponse sous forme d'intervalle.

a. $5x - 3 \leq 2x + 9$

b. $4 - 3x > x + 12$

c. $\frac{x - 1}{2} \geq \frac{2x + 1}{3}$

Exercice 4 — Inéquations produit et quotient ★★★

Tableau de signes, valeur interdite, transformation préalable.

Résous dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes :

a. $(2x - 6)(x + 4) < 0$

b. $(-x + 2)(3x + 1) \geq 0$

c. $\frac{x + 3}{2 - x} \geq 0$

d. Montre que, pour $x \neq 1$, $\frac{2x + 1}{x - 1} - 1 = \frac{x + 2}{x - 1}$, puis résous $\frac{2x + 1}{x - 1} \leq 1$.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ développer avec les identités remarquables et factoriser par un facteur commun ou une identité ;
- ☐ résoudre une inéquation du premier degré en changeant le sens quand il le faut ;
- ☐ dresser le tableau de signes d'un produit ou d'un quotient et en déduire les solutions.

Pour aller plus loin : la fiche « Équations et inéquations » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/equations-inequations-2nde

2 Séance 2 — Second degré : la forme canonique

Objectif : passer d'une forme à l'autre et lire le sommet de la parabole.

TRINÔME ET SES TROIS ÉCRITURES

Une fonction **polynôme du second degré** (ou trinôme) est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

Forme	Écriture	Ce qu'elle donne directement
développée	$ax^2 + bx + c$	$f(0) = c$, l'ordonnée à l'origine
canonique	$a(x - \alpha)^2 + \beta$	le sommet $S(\alpha ; \beta)$ et l'extremum β
factorisée	$a(x - x_1)(x - x_2)$	les racines x_1 et x_2 (si elles existent)

LE SOMMET ET LA PARABOLE

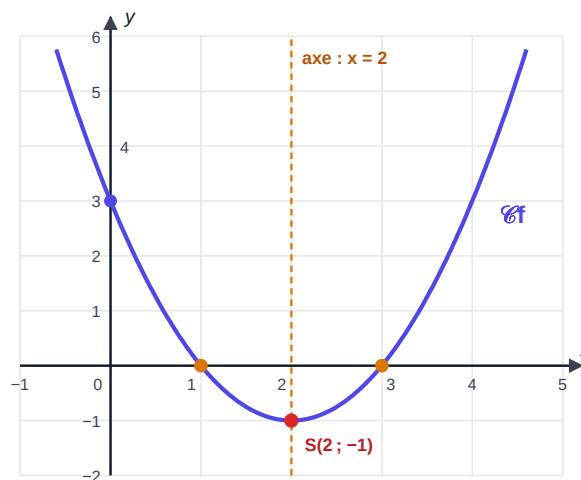
La courbe de f est une **parabole** de sommet $S(\alpha ; \beta)$, avec

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f(\alpha).$$

Elle est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \alpha$.

Si $a > 0$, elle est « tournée vers le haut » : β est le **minimum** de f , atteint en α ; f est décroissante sur $]-\infty ; \alpha]$ et croissante sur $[\alpha ; +\infty[$.

Si $a < 0$, c'est l'inverse : β est le **maximum**.



$f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1 = (x - 1)(x - 3)$. Sommet $S(2 ; -1)$, racines 1 et 3, $f(0) = 3$.

MÉTHODE — COMMENT METTRE UN TRINÔME SOUS FORME CANONIQUE ?

1. Calculer $\alpha = -\frac{b}{2a}$.
2. Calculer $\beta = f(\alpha)$ en remplaçant x par α dans la forme développée.
3. Écrire $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, puis **vérifier** en redéveloppant : on doit retrouver la forme de départ.

Autre voie, quand $a = 1$: compléter le carré. $x^2 + 6x + 1 = (x + 3)^2 - 9 + 1 = (x + 3)^2 - 8$, car $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

EXEMPLE RÉDIGÉ — D'UNE FORME À L'AUTRE

Soit $g(x) = 2x^2 - 12x + 10$. Ici $a = 2$, $b = -12$, donc $\alpha = \frac{12}{4} = 3$ et $\beta = g(3) = 18 - 36 + 10 = -8$.

Forme canonique : $g(x) = 2(x - 3)^2 - 8$. Sommet $S(3 ; -8)$; comme $a = 2 > 0$, -8 est le minimum de g .

Forme factorisée : $g(x) = 2[(x - 3)^2 - 4] = 2(x - 3 - 2)(x - 3 + 2) = 2(x - 5)(x - 1)$, par l'identité $A^2 - B^2$.

TROIS PIÈGES

Le signe de α : dans $3(x+2)^2 - 13$, $\alpha = -2$, car $x+2 = x - (-2)$.

Oublier a : en factorisant $2[(x-3)^2 - 4]$, le 2 reste devant.

β n'est pas c : $\beta = f(\alpha)$, pas le terme constant.

TOUJOURS REDÉVELOPPER

Au brouillon, développe chaque forme canonique trouvée. Si tu ne retombes pas exactement sur la forme développée, l'erreur est presque toujours dans le signe de α ou dans le facteur a .

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. 25 % de 64 = ...

2. $\frac{7}{3} - \frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

3. $(-3)^2 - 2 \times (-3) = \dots\dots\dots$

4. $10^4 \times 10^{-6} = \dots\dots\dots$

5. $(x+3)^2 = \dots\dots\dots$

6. Sommet de $y = (x-1)^2 + 5$:

7. Sommet de $y = -2(x+4)^2 - 3$:

8. α pour $x^2 - 8x + 1$:

9. $x^2 + 10x = (x+5)^2 - \dots\dots\dots$

10. $1,5 \times 40 = \dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Lire les formes ★

Reconnaître une forme et ce qu'elle donne.

Pour chaque fonction, dis sous quelle forme elle est écrite, puis donne ce qu'on lit directement : sommet et extremum, racines, ou ordonnée à l'origine.

a. $f_1(x) = 3(x-2)^2 + 1$

b. $f_2(x) = -(x+1)(x-4)$

c. $f_3(x) = 2x^2 - x + 5$

d. $f_4(x) = -(x+3)^2 + 2$

Exercice 2 — Forme canonique ★★

La méthode en trois étapes.

Écris sous forme canonique :

a. $x^2 + 6x + 5$

b. $x^2 - 5x + 1$

c. $3x^2 + 12x - 1$

d. $-2x^2 + 8x - 3$

Exercice 3 — Choisir la bonne forme ★★

Une fonction, trois écritures, quatre questions.

Soit $h(x) = 2(x-1)^2 - 18$.

a. Développe $h(x)$.

b. Factorise $h(x)$.

c. En choisissant à chaque fois la forme la plus adaptée : calcule $h(0)$; donne le sommet de la parabole ; résous $h(x) = 0$; résous $h(x) = -16$.

Exercice 4 — Un enclos le long d'un mur



Modéliser, puis lire le maximum sur la forme canonique.

On dispose de 40 m de grillage pour fermer un enclos rectangulaire adossé à un mur : le grillage forme deux côtés de largeur x et un côté de longueur $40 - 2x$ (en m), avec $0 < x < 20$.

- Montre que l'aire de l'enclos vaut $A(x) = -2x^2 + 40x$.
- Montre que $A(x) = -2(x - 10)^2 + 200$.
- En déduire les dimensions de l'enclos d'aire maximale, et cette aire.

Exercice 5 — Retrouver une parabole ★★★

Utiliser la forme canonique à l'envers.

Une parabole a pour sommet $S(1 ; 3)$ et passe par le point $A(3 ; -5)$. Détermine la fonction f dont elle est la courbe, sous forme canonique puis sous forme développée.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ reconnaître les trois formes d'un trinôme et ce que chacune donne ;
- ☐ mettre un trinôme sous forme canonique et vérifier en développant ;
- ☐ en déduire le sommet de la parabole et l'extremum de la fonction.

Pour aller plus loin : la fiche « Fonctions du second degré » sur progressschool.fr/reviser/maths/1ere/second-degre-1ere

3 Séance 3 — Second degré : discriminant et racines

Objectif : résoudre toute équation du second degré et factoriser un trinôme.

LE DISCRIMINANT

Pour $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), on appelle **discriminant** le nombre

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

En effet, la forme canonique s'écrit

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

et le signe de Δ décide de tout.

RACINES ET FACTORISATION

$\Delta > 0$: deux racines

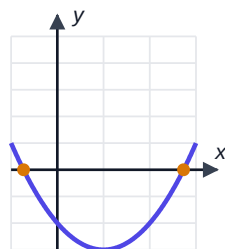
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

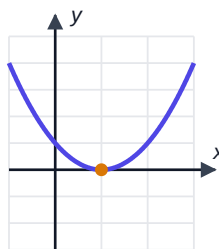
$\Delta = 0$: une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}$, et

$$f(x) = a(x - x_0)^2.$$

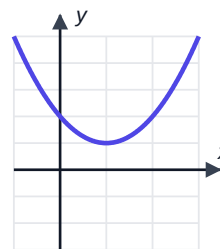
$\Delta < 0$: aucune racine réelle ; f ne se factorise pas.



$\Delta > 0$: deux racines



$\Delta = 0$: une racine double



$\Delta < 0$: aucune racine

La même parabole, plus ou moins haute : $x^2 - 2x - 2$ ($\Delta = 12$), $x^2 - 2x + 1$ ($\Delta = 0$), $x^2 - 2x + 2$ ($\Delta = -4$).

FICHE MÉTHODE — COMMENT RÉSOUDRE $ax^2 + bx + c = 0$?

1. **Écrire a , b et c avec leur signe**, après avoir tout passé dans le membre de gauche et réduit. Avant tout calcul, regarder si un raccourci existe (encadré ci-contre).
2. **Calculer $\Delta = b^2 - 4ac$** en mettant les nombres négatifs entre parenthèses, puis conclure sur le nombre de solutions.
3. **Appliquer la formule**, simplifier, et **vérifier** une solution en remplaçant dans l'équation. Écrire l'ensemble des solutions S .

Exemple : $2x^2 - 3x - 2 = 0$. On a $a = 2$, $b = -3$, $c = -2$.
 $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$: deux solutions.

$$x_1 = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{3 + 5}{4} = 2.$$

Vérification : $2 \times 4 - 3 \times 2 - 2 = 0$. $S = \{-\frac{1}{2} ; 2\}$.

$$\text{Factorisation : } 2x^2 - 3x - 2 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 2)$$

$$= (2x + 1)(x - 2).$$

LES RACCOURCIS, AVANT Δ

$c = 0$: factoriser par x . $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

$b = 0$: isoler x^2 . $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 3$.

Racine évidente : si $a + b + c = 0$, alors 1 est racine.

SOMME ET PRODUIT DES RACINES

Quand $\Delta > 0$: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

Contrôle sur l'exemple :

$$-\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} = -\frac{-3}{2} \text{ et } -\frac{1}{2} \times 2 = -1 = \frac{-2}{2}.$$

TROIS PIÈGES

Le carré d'un négatif : $(-3)^2 = 9$, pas -9 .

Le produit $-4ac$: positif si a et c sont de signes contraires.

Le dénominateur $2a$ divise tout le numérateur.

AU BROUILLON : ENCADRER a, b, c

Avant tout calcul, écris « $a = \dots$; $b = \dots$; $c = \dots$ » et encadre cette ligne : la plupart des erreurs sur Δ viennent d'un signe mal recopié.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

2. 30 % de 150 = $\dots\dots\dots$

3. $(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = \dots\dots\dots$

4. $\sqrt{81} = \dots\dots\dots$

5. Δ de $x^2 + 2x + 1$: $\dots\dots\dots$

6. Δ de $x^2 + x + 1$: $\dots\dots\dots$

7. Δ de $2x^2 - 3x + 1$: $\dots\dots\dots$

8. Nombre de racines de $x^2 + 4$: $\dots\dots\dots$

9. Solutions de $x(x - 7) = 0$: $\dots\dots\dots$

10. $3 \times 10^{-2} = \dots\dots\dots$

Essai 1 : $\dots\dots$ / 10 en $\dots\dots$ min · Essai 2, deux jours plus tard : $\dots\dots$ / 10 en $\dots\dots$ min

Exercices

Exercice 1 — Calculer Δ ★

Le discriminant et le nombre de racines.

Calcule le discriminant et donne le nombre de racines :

a. $x^2 - 6x + 9$

b. $3x^2 + 2x + 1$

c. $-x^2 + 4x + 5$

d. $2x^2 - 7$

e. $5x^2 + x$

Exercice 2 — Résoudre ★★

La fiche méthode, appliquée.

Résous dans $\mathbb{R}$, en valeurs exactes :

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$

c. $-x^2 + 2x - 1 = 0$

b. $2x^2 + 3x - 5 = 0$

d. $x^2 + x + 3 = 0$

e. $x^2 - 2x - 1 = 0$

Exercice 3 — Factoriser un trinôme ★★★

Des racines à la forme factorisée.

Factorise, quand c'est possible :

a. $x^2 + x - 12$

c. $4x^2 - 4x + 1$

b. $3x^2 - 10x + 3$

d. $x^2 + 2x + 5$

Exercice 4 — Somme et produit ★★★

Gagner du temps et modéliser.

a. Vérifie que 1 est racine de $3x^2 + 4x - 7$, puis trouve l'autre racine sans calculer Δ .

b. Trouve deux nombres dont la somme vaut 10 et le produit 21.

Exercice 5 — Un paramètre ★★★

Raisonnement sur le signe de Δ .

Pour quelles valeurs du réel m l'équation $x^2 + mx + 4 = 0$ a-t-elle une seule solution ? Donne cette solution dans chaque cas.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer Δ sans erreur de signe et en déduire le nombre de racines ;
- ☐ résoudre $ax^2 + bx + c = 0$ et vérifier une solution ;
- ☐ factoriser un trinôme à partir de ses racines.

Pour aller plus loin : la fiche « Fonctions du second degré » sur progressschool.fr/visiter/maths/1ere/second-degre-1ere

4 Séance 4 — Second degré : signe et inéquations

Objectif : connaître le signe d'un trinôme et résoudre une inéquation du second degré.

LE SIGNE DU TRINÔME

$\Delta > 0$: $ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur des racines, du signe contraire entre les racines.

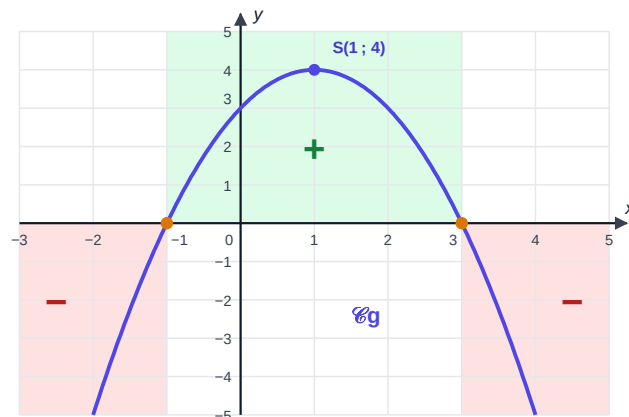
$\Delta = 0$: du signe de a , et nul en x_0 .

$\Delta < 0$: du signe de a pour tout réel x .

SUR LA FIGURE

$g(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x+1)(x-3)$. Ici $a = -1 < 0$: g est négative à l'extérieur de $[-1 ; 3]$, positive entre -1 et 3 .

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$



La parabole est au-dessus de l'axe des abscisses entre les racines -1 et 3 (zone verte) : c'est là que $g(x) > 0$.

MÉTHODE — COMMENT RÉSOUDRE UNE INÉQUATION DU SECOND DEGRÉ ?

1. Tout passer dans un membre et réduire, pour se ramener à $ax^2 + bx + c > 0$ (ou $<$, $\geq$, $\leq$).
2. Chercher les racines avec Δ (ou un raccourci), et esquisser la parabole : vers le haut si $a > 0$, vers le bas si $a < 0$.
3. Dresser le tableau de signes et lire S , avec des crochets fermés aux racines si l'inégalité est large, ouverts si elle est stricte.

Exemple : $x^2 + x > 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 > 0$. $\Delta = 1 + 24 = 25$; racines -3 et 2 ; $a = 1 > 0$, donc positif à l'extérieur : $S =]-\infty ; -3[\cup]2 ; +\infty[$.

TROIS PIÈGES

$x^2 > 4 \Leftrightarrow x > 2$: faux ! -3 convient aussi. $S =]-\infty ; -2[\cup]2 ; +\infty[$.

Oublier de tout passer à gauche : on n'étudie le signe que d'une expression comparée à 0 .

$\Delta < 0$: S vaut $\mathbb{R}$ ou $\emptyset$ selon le signe de a et le sens de l'inégalité.

CINQ SECONDES DE DESSIN

Avant d'écrire le tableau, dessine au brouillon l'allure de la parabole : son sens (signe de a) et ses points sur l'axe (les racines). Le tableau se lit ensuite sur le dessin, comme sur la figure ci-dessus.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. 12% de $50 =$
2. $\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} =$
3. $(\frac{2}{5})^2 =$
4. $5^0 + 5^1 =$
5. Signe de $x^2 + 1$:
6. Signe de $-3x^2$ pour $x \neq 0$:
7. $x^2 < 9 \Leftrightarrow x \in$
8. $x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x \in$
9. Racines de $(x-1)(x+5)$:
10. Baisser de 25% , c'est multiplier par

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Le signe d'un trinôme ★

Le cours, appliqué trois fois.

Dresse le tableau de signes de chaque fonction, définie sur $\mathbb{R}$:

- a. $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$
- b. $g(x) = -x^2 + 4x - 4$
- c. $h(x) = x^2 + x + 1$

Exercice 2 — Résoudre des inéquations ★★★

La méthode en trois étapes.

Résous dans $\mathbb{R}$:

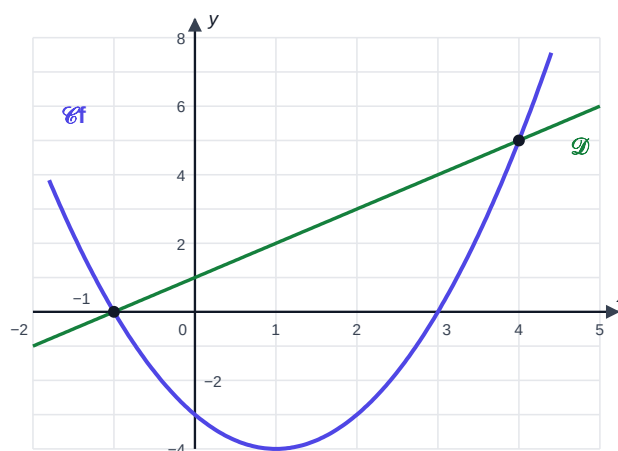
- a. $x^2 - 3x - 10 \leq 0$
- c. $x^2 + 2x + 3 > 0$
- b. $-2x^2 + x + 1 < 0$
- d. $3x^2 \leq 12x$

Exercice 3 — Lecture graphique, puis preuve ★★★

Lire, puis démontrer par le calcul.

On a tracé la parabole $\mathcal{C}_f$ de $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x + 1$.

- a. Lis les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$.
- b. Résous graphiquement $f(x) \leq x + 1$.
- c. Démontre ce résultat par le calcul.
- d. Résous graphiquement $f(x) < 0$, puis vérifie en factorisant $f(x)$.



Exercice 4 — Un objet lancé ★★★

Mettre en inéquation un problème concret.

La hauteur (en m) d'un objet lancé vers le haut est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$, où t est le temps en secondes.

- a. Pendant combien de temps l'objet est-il à plus de 16 m de hauteur ?
- b. Quelle hauteur maximale atteint-il, et à quel instant ?

Exercice 5 — Un rectangle ★★★

Une contrainte d'aire.

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x sa largeur en cm. Pour quelles valeurs de x son aire est-elle au moins égale à 21 cm² ?

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ donner le signe d'un trinôme selon Δ et le signe de a ;
- ☐ résoudre une inéquation du second degré avec les bons crochets ;
- ☐ résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$ et le confirmer par le calcul.

Pour aller plus loin : la fiche « Fonctions du second degré » sur progressschool.fr/reviser/maths/1ere/second-degre-1ere

5 Séance 5 — Suites : les définitions

Objectif : calculer des termes, représenter une suite et étudier son sens de variation.

SUITE, TERME, RANG

Une **suite** (u_n) associe à chaque entier naturel n un réel u_n , appelé **terme de rang n** . Le premier terme est souvent u_0 .

Attention à la notation : u_{n+1} est le terme qui **suit** u_n , alors que $u_n + 1$ est le terme u_n auquel on ajoute 1.

DEUX FAÇONS DE DÉFINIR UNE SUITE

Par une formule explicite $u_n = f(n)$: on calcule directement n'importe quel terme. Avec $u_n = n^2 - 3n + 1$: $u_0 = 1$, $u_3 = 1$, $u_{10} = 71$.

Par récurrence : on donne u_0 et une relation $u_{n+1} = f(u_n)$. Pour obtenir u_{10} , il faut calculer tous les termes précédents.

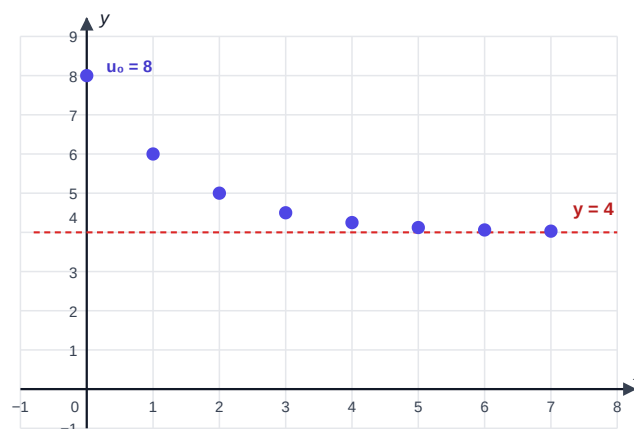
EXEMPLE : UNE SUITE DÉFINIE PAR RÉCURRENCE

$u_0 = 8$ et $u_{n+1} = 0,5u_n + 2$.

$u_1 = 0,5 \times 8 + 2 = 6$; $u_2 = 0,5 \times 6 + 2 = 5$; $u_3 = 4,5$;

$u_4 = 4,25$.

On représente la suite par le **nuage des points** de coordonnées $(n ; u_n)$, sans les relier : n ne prend que des valeurs entières. Le nuage permet de **conjecturer** : ici, la suite semble décroissante et ses termes semblent se rapprocher de 4.



Les points $(n ; u_n)$ pour n de 0 à 7.

SENS DE VARIATION

(u_n) est **croissante** si $u_{n+1} \geq u_n$ pour tout n ,

décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout n . Si le sens change, elle n'est pas monotone.

MÉTHODE — COMMENT ÉTUDIER LE SENS DE VARIATION D'UNE SUITE ?

1. **Calculer la différence $u_{n+1} - u_n$** en fonction de n : on remplace n par $n + 1$ dans la formule, entre parenthèses.
2. **Simplifier et étudier son signe** pour tout entier naturel n .
3. **Conclure** : différence positive pour tout n , la suite est croissante ; négative pour tout n , elle est décroissante.

Exemple : $u_n = n^2 + n$. $u_{n+1} - u_n = (n + 1)^2 + (n + 1) - n^2 - n = 2n + 2 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$: la suite est **croissante**.

TROIS PIÈGES

$u_{n+1} \neq u_n + 1$: avec $u_n = n^2$, $u_{n+1} = n^2 + 2n + 1$.

Quelques termes ne prouvent rien : trois termes croissants permettent une conjecture, pas une démonstration.

Relier les points du nuage : une suite n'est pas définie entre deux entiers.

LE TABLEAU DE VALEURS

Au brouillon, fais un tableau à deux lignes, n et u_n , et remplis-le pour n de 0 à 5. Le mode « suite » d'une calculatrice, ou un tableur, fait le même travail : utilise-le pour contrôler tes calculs.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $\frac{3}{5}$ de 40 = ...

2. 2^{10} = ...

3. $0,5 \times 8 + 2$ = ...

4. $u_n = 2n + 3$: u_5 = ...

5. $u_n = n^2$: u_{n+1} = ...

6. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 3u_n$: u_2 = ...

7. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - 5$: u_3 = ...

8. $u_n = \frac{1}{n+1}$: u_3 = ...

9. De 50 € à 60 €, la hausse est de

10. $10^3 \times 0,047$ = ...

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Calculer des termes ★

Formule explicite ou récurrence.

a. $u_n = 3n - 7$: calcule u_0 , u_1 et u_{10} .

b. $v_n = \frac{n}{n+1}$: calcule v_0 , v_1 et v_9 .

c. $w_0 = 2$ et $w_{n+1} = w_n^2 - 1$: calcule w_1 , w_2 et w_3 .

Exercice 2 — Ne pas confondre ★★

Remplacer n , avec des parenthèses.

Soit $u_n = n^2 - 2n$. Exprime en fonction de n , sous forme réduite :

a. u_{n+1}

b. $u_n + 1$

c. u_{2n}

Exercice 3 — Sens de variation ★★

La méthode de la différence.

Étudie le sens de variation de chaque suite, définie pour $n \in \mathbb{N}$:

a. $u_n = 5 - 2n$

b. $v_n = n^2 + 3n$

c. $w_n = \frac{1}{n+1}$

Exercice 4 — Des abonnés ★★

Modéliser par une récurrence.

Un club compte 200 abonnés. Chaque mois, 10 % des abonnés résilient et 30 nouveaux s'inscrivent.

On note b_n le nombre d'abonnés au bout de n mois, et $b_0 = 200$.

a. Justifie que $b_{n+1} = 0,9b_n + 30$.

b. Calcule b_1 , b_2 et b_3 .

c. Montre que $b_{n+1} - b_n = 30 - 0,1b_n$. Que peut-on en dire tant que $b_n < 300$?

Exercice 5 — Un nuage qui redescend ★★★

Représenter, conjecturer, démontrer.

Soit $a_n = n^2 - 6n + 10$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a. Calcule a_0 à a_6 et représente le nuage de points dans un repère.

b. Montre que $a_{n+1} - a_n = 2n - 5$.

c. La suite est-elle monotone ? Précise son sens de variation à partir d'un certain rang.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer des termes d'une suite explicite ou récurrente ;
- ☐ ne pas confondre u_{n+1} et $u_n + 1$, et représenter une suite par un nuage de points ;
- ☐ étudier le sens de variation avec le signe de $u_{n+1} - u_n$.

Pour aller plus loin : la fiche « Suites numériques » sur progressschool.fr/reviser/maths/1ere/suites-numeriques

6 Séance 6 — Suites arithmétiques et géométriques

Objectif : reconnaître ces deux suites, utiliser leur terme général, sommer leurs termes et modéliser une évolution.

	Suite arithmétique de raison r	Suite géométrique de raison q
Définition	$u_{n+1} = u_n + r$: on ajoute toujours r	$v_{n+1} = q \times v_n$: on multiplie toujours par q
Terme général	$u_n = u_0 + nr$; plus généralement $u_n = u_p + (n - p)r$	$v_n = v_0 \times q^n$; plus généralement $v_n = v_p \times q^{n-p}$
Reconnaître	$u_{n+1} - u_n$ est constant	$\frac{v_{n+1}}{v_n}$ est constant (termes non nuls)
Variations	croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$	pour $v_0 > 0$: croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$
Sommes	$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$; somme de termes consécutifs = nombre de termes $\times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}$	$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ (pour $q \neq 1$)
Exemple	$u_0 = 3, r = 4 : u_{10} = 3 + 10 \times 4 = 43 ; u_0 + \dots + u_{10}$ $= 11 \times \frac{3 + 43}{2} = 253$	$v_0 = 2, q = 3 : v_5 = 2 \times 3^5 = 486 ;$ $v_0 + \dots + v_5 = 2 \times \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = 728$

ÉVOLUTIONS EN POURCENTAGE

Augmenter de t %, c'est multiplier par le **coefficient**

multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$; baisser de t %, c'est

multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Des évolutions successives se traduisent par le **produit** des coefficients. Une évolution répétée au même taux donne une suite géométrique : un prix de 80 € qui augmente de 5 % par an vaut $80 \times 1,05^n$ au bout de n ans (84 € au bout d'un an).

TROIS PIÈGES

Compter les termes : de u_0 à u_n , il y a $n + 1$ termes.

+10 % puis -10 % ne ramène pas au départ :
 $1,1 \times 0,9 = 0,99$, soit -1 %.

Le coefficient d'une hausse de 3 % est 1,03, pas 1,3.

MÉTHODE — COMMENT RECONNAÎTRE UNE SUITE ARITHMÉTIQUE OU GÉOMÉTRIQUE ?

1. **Calculer** $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n : si le résultat ne dépend pas de n , la suite est arithmétique, de raison ce résultat.
2. Sinon, pour des termes non nuls, **calculer** $\frac{u_{n+1}}{u_n}$: s'il ne dépend pas de n , la suite est géométrique.
3. Pour **démontrer** qu'une suite n'est ni l'une ni l'autre, un contre-exemple sur les premiers termes suffit ; pour démontrer qu'elle l'est, il faut le calcul pour tout n .

CONVERTIR AVANT DE CALCULER

Dans un problème d'évolution, écris d'abord au brouillon chaque pourcentage sous forme de coefficient multiplicateur : « +8 % » $\rightarrow \times 1,08$, « -15 % » $\rightarrow \times 0,85$. Ensuite seulement, tu calcules.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. Coefficient d'une hausse de 8 % :
2. Coefficient d'une baisse de 15 % :
3. +10 % puis -10 % : évolution globale
4. $1 + 2 + \dots + 10 =$
5. $u_0 = 5$ et $r = 3$: $u_{10} =$
6. $v_0 = 3$ et $q = 2$: $v_4 =$
7. $2^6 =$
8. $\frac{1}{4}$ en pourcentage :
9. $1,2 \times 1,5 =$
10. $1 + 2 + 4 + 8 + 16 =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Reconnaître ★

Arithmétique, géométrie, ou ni l'un ni l'autre ?

Pour chaque suite définie sur $\mathbb{N}$, dis si elle est arithmétique ou géométrique, et donne sa raison ; sinon, justifie.

- a. $u_n = 4n - 1$
- b. $v_n = 3 \times 2^n$
- c. $w_n = n^2 + 1$
- d. $t_n = 7 \times 0,5^n$

Exercice 2 — Terme général ★★

Trouver la raison, puis la formule.

- a. (u_n) est arithmétique, $u_0 = -2$ et $r = 3$. Exprime u_n en fonction de n , puis calcule u_{20} .
- b. (u_n) est arithmétique, $u_5 = 17$ et $u_9 = 33$. Trouve r , puis u_0 et u_n .
- c. (v_n) est géométrique, $v_1 = 12$ et $q = 0,5$. Exprime v_n en fonction de n , puis calcule v_5 .
- d. (v_n) est géométrique à termes positifs, $v_0 = 5$ et $v_2 = 45$. Trouve q et v_n .

Exercice 3 — Sommes ★★

Compter les termes d'abord.

Calcule :

- a. $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$
- b. $S' = 7 + 11 + 15 + \dots + 87$
- c. $T = 1 + 3 + 9 + \dots + 3^8$

Exercice 4 — Évolutions successives ★★

Le coefficient multiplicateur.

- a. Un article à 120 € augmente de 15 %, puis baisse de 20 %. Quel est son prix final ? Quelle est l'évolution globale en pourcentage ?
- b. Quel pourcentage de baisse annule exactement une hausse de 25 % ?
- c. Une quantité augmente de 2 % par an pendant 10 ans. De quel pourcentage a-t-elle augmenté au total (à 0,1 % près, avec la calculatrice) ?

Exercice 5 — Deux modèles de croissance ★★★

Comparer une suite arithmétique et une suite géométrique.

Une association compte 500 adhérents. On compare deux modèles pour les années suivantes : selon le modèle A, elle gagne 40 adhérents par an ; selon le modèle B, le nombre d'adhérents augmente de 6 % par an. On note a_n et b_n les nombres d'adhérents prévus au bout de n années ($a_0 = b_0 = 500$).

- Exprime a_n et b_n en fonction de n , puis calcule a_5 et b_5 (arrondi au centième).
- À l'aide de la calculatrice, détermine à partir de quelle année le modèle B prévoit plus d'adhérents que le modèle A.
- Selon le modèle A, combien de cotisations annuelles l'association aura-t-elle perçues au total de l'année 0 à l'année 10 incluses, si chaque adhérent cotise une fois par an ?

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ reconnaître une suite arithmétique ou géométrique et donner sa raison ;
- ☐ utiliser le terme général et calculer une somme de termes consécutifs ;
- ☐ traduire une évolution en pourcentage par un coefficient multiplicateur.

Pour aller plus loin : la fiche « Suites numériques » sur progressschool.fr/reviser/maths/1ere/suites-numeriques

Test de rentrée — 20 minutes, sans calculatrice

Fais-le le dernier jour, d'une traite. Chaque question renvoie à une séance : si tu te trompes, refais les exercices ★★ de cette séance.

N°	Question	Séance
1	Factorise $25x^2 - 4$, puis développe $(2x - 3)^2$.	1
2	Résous $(x - 2)(3 + x) > 0$ à l'aide d'un tableau de signes.	1
3	Écris $x^2 - 6x + 4$ sous forme canonique et donne le sommet de sa parabole.	2
4	$f(x) = -2(x + 1)^2 + 7$: f a-t-elle un maximum ou un minimum ? Lequel, et en quelle valeur ?	2
5	Résous $2x^2 - x - 3 = 0$.	3
6	Factorise $x^2 - 4x - 5$.	3
7	Résous $x^2 - x - 2 \leq 0$.	4
8	$u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$. Calcule u_3 .	5
9	Étudie le sens de variation de la suite définie par $u_n = n^2 - n$.	5
10	Un capital de 2 000 € est placé à 3 % par an. Exprime C_n , le capital au bout de n années, puis calcule C_2 .	6

MON RÉSULTAT

- ☐ 10 sur 10 : tu es prêt pour la suite de l'année.
- ☐ 7 à 9 : refais les séances des questions manquées.
- ☐ moins de 7 : reprends les séances concernées dans l'ordre, une par jour, en commençant par la fiche méthode.