

L'essentiel du début d'année — Corrigé

Le corrigé de toutes les séances : calcul minute, exercices rédigés comme sur une copie, et les erreurs à éviter

Corrige en rouge, puis recopie chaque erreur et sa correction : c'est là que se trouvent les points à gagner au prochain contrôle.

Séance 1 — Le monde des nombres et les intervalles

Calcul minute

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $]-\infty; -3]$ | 6. non : $0,666\dots$ ne s'arrête pas |
| 2. $]-2; 3]$ | 7. oui : $\sqrt{16} = 4$ |
| 3. $]0; +\infty[$ | 8. non : -4 est négatif |
| 4. non : $0,5$ n'est pas entier | 9. $[3; 4]$ |
| 5. oui : $\frac{7}{4} = 1,75$ | 10. $[1; 6]$ |

Exercice 1 — Le plus petit ensemble

$$-5 \in \mathbb{Z}; 0,25 \in \mathbb{D}; \frac{7}{3} \in \mathbb{Q} (2,333\dots); \sqrt{25} = 5 \in \mathbb{N}; \pi \in \mathbb{R}; \frac{-12}{4} = -3 \in \mathbb{Z}; \frac{1}{8} = 0,125 \in \mathbb{D}; \sqrt{2} \in \mathbb{R}; \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2} = -1,5 \in \mathbb{D}.$$

Erreur fréquente : classer $\frac{-9}{6}$ dans $\mathbb{Q}$ sans simplifier. Sous forme irréductible, son dénominateur est 2 : c'est un décimal.

Exercice 2 — Traduire dans les deux sens

- $x \in [-2; +\infty[$
- $x \in]-\infty; 7[$
- $x \in]1; 6]$
- $x \in [-4; -1]$
- $x \leq 0$
- $-3 < x < 5$
- $x \geq 2,5$

Exercice 3 — Intersections et réunions

$A \cap B =]0; 2]$; $A \cup B = [-3; 6]$; $A \cap C = [-3; -1]$; $B \cap C = \emptyset$, car B commence après 0 et C s'arrête à -1 ; $A \cup C =]-\infty; 2]$.

Erreur fréquente : en $A \cap B$, fermer en 0 : 0 n'est pas dans B, il n'est donc pas dans l'intersection.

Exercice 4 — Vrai ou faux ?

- a. **Vrai** : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$; par exemple $-3 = -3,0$.
- b. **Faux** : $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ a une infinité de chiffres après la virgule.
- c. **Faux** : $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$, qui est entier. Un seul contre-exemple suffit.
- d. **Faux** : 5 n'est pas dans $]5 ; 8]$. L'intersection est vide, $\emptyset$.
- e. **Vrai** : on garde les nombres de $[-1 ; 3]$ strictement supérieurs à 2, soit $]2 ; 3]$.

Séance 2 — Puissances et racines carrées

Calcul minute

- | | |
|----------------|---------------------|
| 1. $2^7 = 128$ | 6. -1 |
| 2. $5^4 = 625$ | 7. $\frac{1}{9}$ |
| 3. $3^6 = 729$ | 8. $3\sqrt{2}$ |
| 4. $0,001$ | 9. $\sqrt{16} = 4$ |
| 5. 1 | 10. $\sqrt{25} = 5$ |

Exercice 1 — Une seule puissance

- a. $2^{5+(-3)} = 2^2 = \mathbf{4}$
- b. $\frac{10^6}{10^4} = 10^2 = \mathbf{100}$
- c. $3^4 \times 3^2 = 3^6 = \mathbf{729}$
- d. $(5 \times 2)^3 = 10^3 = \mathbf{1\,000}$
- e. $\frac{(2^2)^3}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2^1 = \mathbf{2}$

Erreur fréquente : en c), écrire $9 = 3^2$ est l'étape clé : on ne peut appliquer les règles qu'avec la même base.

Exercice 2 — Simplifier des racines

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \mathbf{2\sqrt{5}}$; $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \mathbf{3\sqrt{5}}$; $\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \mathbf{7\sqrt{2}}$; $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \mathbf{10\sqrt{2}}$; $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \mathbf{5\sqrt{3}}$.

Exercice 3 — Calculer avec des racines

- a. $A = (2 + 5 - 1)\sqrt{3} = \mathbf{6\sqrt{3}}$
- b. $B = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = \mathbf{5\sqrt{3}}$
- c. $C = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \mathbf{2\sqrt{2}}$
- d. $D = 2^2 \times (\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = \mathbf{20}$
- e. $E = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = \mathbf{6}$

Erreur fréquente : écrire $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{39}$. On ne peut additionner que des racines identiques, comme on additionne $2x + 3x$.

Exercice 4 — Écriture scientifique

- a. $5,2 \times 10^{-4}$
- b. $3,4 \times 10^6$
- c. $24 \times 10^3 = 2,4 \times 10^4$
- d. $4 \times 10^{3 - (-2)} = 4 \times 10^5$

Erreur fréquente : en c), s'arrêter à 24×10^3 : 24 n'est pas compris entre 1 et 10.

Exercice 5 — Un rectangle irrationnel

- a. Aire = $\sqrt{8} \times \sqrt{18} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}^2$
- b. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, donc périmètre = $2 \times (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) = 10\sqrt{2} \text{ cm}$
- c. Par Pythagore, diagonale² = $8 + 18 = 26$, donc diagonale = $\sqrt{26} \text{ cm}$, qui ne se simplifie pas : $26 = 2 \times 13$ ne contient aucun carré.

Séance 3 — Calcul littéral et équations

Calcul minute

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $3x - 12$ | 6. $4x^2 - 1$ |
| 2. $-10 + 2x$ | 7. $(x - 4)(x + 4)$ |
| 3. $x^2 + 3x + 2$ | 8. $5(x + 3)$ |
| 4. $x^2 + 10x + 25$ | 9. 5 |
| 5. $x^2 - 6x + 9$ | 10. -7 |

Exercice 1 — Développer et réduire

- a. $A = 2x^2 - 10x + 3x - 15 = 2x^2 - 7x - 15$
- b. $B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$
- c. $C = (x^2 - 16) - (x^2 - 2x + 1) = x^2 - 16 - x^2 + 2x - 1 = 2x - 17$

Erreur fréquente : en C, oublier de changer tous les signes après le « - » : on met d'abord $(x - 1)^2$ développé entre parenthèses.

Exercice 2 — Factoriser

- a. $D = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$
- b. $E = x^2 - 7^2 = (x - 7)(x + 7)$
- c. $F = (x + 2)[(3x - 1) + (x + 5)] = (x + 2)(4x + 4) = 4(x + 2)(x + 1)$
- d. $G = 5^2 - (x + 1)^2 = [5 - (x + 1)][5 + (x + 1)] = (4 - x)(6 + x)$

Exercice 3 — Résoudre

- a. $3x = 12$, donc $x = 4$
- b. $3x - 6 = 6 - x$, donc $4x = 12$ et $x = 3$
- c. On multiplie par 6 : $3x + 6 = 2x$, donc $x = -6$
- d. Produit nul : $2x - 6 = 0$ ou $x + 5 = 0$, donc $x = 3$ ou $x = -5$
- e. $x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow (x - 7)(x + 7) = 0$, donc $x = 7$ ou $x = -7$

Erreur fréquente : en e), ne donner que 7 : $(-7)^2 = 49$ aussi.

Exercice 4 — Mettre en équation, calculer malin

- a. Largeur l , longueur $l + 3$: $2(l + l + 3) = 26 \Leftrightarrow 4l + 6 = 26 \Leftrightarrow l = 5$. **5 cm sur 8 cm**. Vérification : $2 \times (5 + 8) = 26$.
- b. $101^2 = (100 + 1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = \mathbf{10\,201}$; $99 \times 101 = (100 - 1)(100 + 1) = 10\,000 - 1 = \mathbf{9\,999}$; $98^2 = (100 - 2)^2 = 10\,000 - 400 + 4 = \mathbf{9\,604}$.

Séance 4 — Repérage, milieu et distance

Calcul minute

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. (3 ; 3) | 6. 25 |
| 2. (-1 ; 2) | 7. -25 |
| 3. 5 | 8. 10 |
| 4. 5 | 9. (4 ; 6) |
| 5. 4 | 10. (3 ; 1) |

Exercice 1 — Les deux formules

$$M = \left(\frac{2 + (-4)}{2} ; \frac{-3 + 5}{2} \right) = \mathbf{(-1 ; 1)}.$$

$$AB = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (5 - (-3))^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = \mathbf{10}.$$

Exercice 2 — Un parallélogramme ?

- a. Milieu de $[AC]$: $\left(\frac{-2 + 4}{2} ; \frac{1 - 1}{2} \right) = (1 ; 0)$. Milieu de $[BD]$: $\left(\frac{3 - 1}{2} ; \frac{2 - 2}{2} \right) = (1 ; 0)$. Les diagonales ont le même milieu : **ABCD est un parallélogramme**.
- b. $AC = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40}$ et $BD = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{32}$. Les diagonales n'ont pas la même longueur : **ce n'est pas un rectangle**.

Exercice 3 — La nature d'un triangle

$$EF^2 = 4^2 + 2^2 = 20 ; FG^2 = (-2)^2 + 4^2 = 20 ; EG^2 = 2^2 + 6^2 = 40.$$

$EF = FG$, et $EF^2 + FG^2 = 20 + 20 = 40 = EG^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **EFG est rectangle et isocèle en F**.

Erreur fréquente : conclure « rectangle » sans dire où. Le sommet de l'angle droit est en face du plus grand côté, $[EG]$: c'est F.

Exercice 4 — Symétrique et cercle

a. $1 = \frac{-3 + x_B}{2}$ donne $x_B = 5$; $2 = \frac{5 + y_B}{2}$ donne $y_B = -1$. **B(5 ; -1)**.

b. Rayon $\Omega A = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \mathbf{5}$. $\Omega P = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$: **P ∈ ℳ**. $\Omega Q = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5$: **Q ∈ ℳ**. $\Omega R = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} \neq 5$: **R ∉ ℳ**.

Séance 5 — Valeur absolue et inéquations

Calcul minute

- | | |
|------|---------------|
| 1. 7 | 3. $4 - \pi$ |
| 2. 5 | 4. 7 |
| | 5. $[-2 ; 4]$ |

6. $] -2 ; 2[$

7. -5 ou 3

8. $]3 ; +\infty[$

9. $] -\infty ; -4]$

10. $] -5 ; +\infty[$

Exercice 1 — Des distances

$|-4,5| = 4,5$; $\sqrt{5} > 2$, donc $|2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$; $\pi > 3$, donc $|3 - \pi| = \pi - 3$; distance entre -3 et 7 : $|7 - (-3)| = 10$; $|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}| = |-\frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$.

Erreur fréquente : écrire $|2 - \sqrt{5}| = 2 - \sqrt{5}$, qui est négatif. Une valeur absolue est toujours positive : on écrit « le plus grand moins le plus petit ».

Exercice 2 — Traduirea. À distance au plus 1 de 4 : $[3 ; 5]$ b. À distance strictement moins de 2 de -3 : $] -5 ; -1[$ c. À distance au moins 3 de 1 : $] -\infty ; -2] \cup [4 ; +\infty[$ d. $x = -6$ ou $x = 6$ e. Centre 5, demi-longueur 3 : $|x - 5| \leq 3$ f. Centre -1 , demi-longueur 3, bornes exclues : $|x + 1| < 3$

Erreur fréquente : en f), écrire $|x - 1|$: le centre est le milieu de -4 et 2 , soit -1 , et $|x - (-1)| = |x + 1|$.

Exercice 3 — Résoudre des inéquationsa. $2x < 10$, donc $x < 5$: $S =] -\infty ; 5[$ b. $-2x \geq 6$, donc $x \leq -3$ (on divise par -2 , le sens change) : $S =] -\infty ; -3]$ c. On multiplie par 6 : $2(x + 1) \leq 3(x - 2) \Leftrightarrow 2x + 2 \leq 3x - 6 \Leftrightarrow -x \leq -8 \Leftrightarrow x \geq 8$: $S = [8 ; +\infty[$ d. $5x - 5 > 7x + 3 \Leftrightarrow -2x > 8 \Leftrightarrow x < -4$: $S =] -\infty ; -4[$

Erreur fréquente : en b) et d), garder le sens après la division par -2 . C'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Exercice 4 — Choisir et combiner

a. Avec n séances, A coûte $12 + 1,5n$. A est strictement moins cher si $12 + 1,5n < 30 \Leftrightarrow 1,5n < 18 \Leftrightarrow n < 12$. **De 0 à 11 séances** ; à 12 séances, les deux tarifs coûtent 30 €.

b. $2x - 1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2$, soit $[2 ; +\infty[$. $|x - 4| < 3 \Leftrightarrow x \in]1 ; 7[$. On garde l'intersection : **$[2 ; 7[$** , comme à la séance 1.

Séance 6 — Fonctions : vocabulaire et définitions**Calcul minute**

1. -2

2. -5

3. 0

4. 3

5. 9

6. -4 et 4

7. aucun

8. oui : $2^2 = 4$

9. 10

10. $\frac{1}{3}$

Exercice 1 — Vrai ou faux

- a. **Faux** : une seule image.
- b. **Vrai** : sur la courbe de la séance 6, 0 en a trois.
- c. **Faux** : sur l'axe des abscisses.
- d. **Vrai** : l'image de 2 est 5, donc 2 est un antécédent de 5.
- e. **Faux** : c'est une valeur de y , atteinte pour une certaine valeur de x .

Exercice 2 — Est-ce une fonction ?

- a. **Oui** : chaque élève a une seule date de naissance.
- b. **Non** : une date peut correspondre à plusieurs élèves, ou à aucun.
- c. **Oui** : chaque nombre a un seul carré.
- d. **Non** : 4 est le carré de 2 et de -2 ; on lui associerait deux nombres.

À retenir : le critère est « une seule image ». Plusieurs antécédents sont permis ; plusieurs images, non.

Exercice 3 — Images et antécédents par le calcul

- a. $f(-2) = 2 \times 4 + 6 + 1 = 15$; $f(0,5) = 0,5 - 1,5 + 1 = 0$; $f(3) = 18 - 9 + 1 = 10$.
- b. $f(0) = 1$ et $f(1,5) = 4,5 - 4,5 + 1 = 1$: **0 et 1,5 sont deux antécédents de 1**.
- c. $f(1) = 2 - 3 + 1 = 0$: 1 est un antécédent de 0, et d'après a), **0,5** en est un autre.

Erreur fréquente : calculer $2 \times (-2)^2$ comme $(2 \times (-2))^2 = 16$. Le carré porte sur x seul : $2 \times 4 = 8$.

Exercice 4 — Sur la courbe ou pas ?

$g(2) = 4 - 6 + 1 = -1$: **A** $\in \mathcal{C}_g$. $g(-1) = 1 + 3 + 1 = 5 \neq 4$: **B** $\notin \mathcal{C}_g$. $g(0) = 1$: **C** $\in \mathcal{C}_g$.

Séance 7 — La lecture graphique avancée

Calcul minute

- | | |
|------------|---------------------|
| 1. 5 | 6. 2 |
| 2. -1 et 3 | 7. 0 |
| 3. 1 | 8. $\{-2 ; 0 ; 2\}$ |
| 4. -3 et 1 | 9. 5 |
| 5. 3 | 10. 3 |

Exercice 5 — Lecture graphique

- a. $D_h = [-4 ; 5]$
- b. $h(-4) = 2$; $h(0) = 2$; $h(2) = 4$
- c. Antécédents de 2 : **-4, 0 et 3** ; de 4 : **2** ; de 5 : **aucun**, la courbe ne dépasse jamais 4.
- d. Maximum **4, atteint pour $x = 2$** . Minimum **-2, atteint pour $x = -2$ et pour $x = 5$** : un extremum peut être atteint en plusieurs valeurs de x .

Erreur fréquente : oublier l'antécédent -4 de 2 : trace la droite $y = 2$ sur toute la largeur, jusqu'au bord gauche.

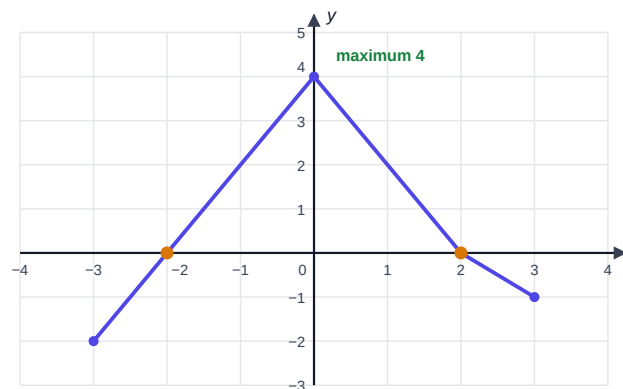
Exercice 6 — Équations et inéquations

- a. $h(x) = 0$: $S = \{-3; -1; 4\}$. $h(x) = -2$: $S = \{-2; 5\}$.
- b. $h(x) > 0$: $[-4; -3[\cup]-1; 4[$. $h(x) \leq 0$: $[-3; -1] \cup [4; 5]$.
- c. $h(x) \geq 2$: $\{-4\} \cup [0; 3]$ — en -4 , h vaut exactement 2, et ce point compte.
- d. $g(x) \geq 3$: $[-2; 0] \cup [2; 3]$ — cette fois les points d'intersection sont compris, et 3 est une borne de D_g où $g(3) = 5$.

Erreur fréquente : en b), ouvrir le crochet en -4 : c'est une borne de D_h où h vaut $2 > 0$, elle est comprise. En revanche, on ouvre en -3 , où h vaut 0.

Exercice 7 — Tracer sous contraintes

Une réponse possible parmi une infinité : la ligne brisée qui passe par $(-3; -2)$, $(-2; 0)$, $(0; 4)$, $(2; 0)$ et $(3; -1)$. Elle coupe l'axe des abscisses exactement en -2 et en 2 , et son point le plus haut est $(0; 4)$.



5 n'a aucun antécédent : le maximum vaut 4, donc la courbe ne monte jamais jusqu'à 5 ; la droite $y = 5$ ne la coupe pas.

À vérifier : tracer une courbe qui touche 0 trois fois, ou dont le point le plus haut dépasse 4. Relis les contraintes une à une sur ta figure.

Exercice 8 — Retour sur la courbe de la séance 6

- a. $f(0) = 1 \times (-2) \times (-4) = 8$; $f(2) = 3 \times 0 \times (-2) = 0$; $f(3) = 4 \times 1 \times (-1) = -4$. Cohérent : la courbe passe par $(0; 8)$, $(2; 0)$ et $(3; -4)$.
- b. $f(3) = -4$: la fonction prend la valeur -4 , donc son minimum vaut au plus -4 ; il ne peut pas valoir -1 . La confusion vient de -1 , borne de l'ensemble de définition. Le minimum vaut environ $-4,1$, atteint pour $x \approx 3,1$.
- c. $f(x) = 5$: **2 solutions** — une sur la montée de 0 à $\approx 8,2$, une sur la descente de $\approx 8,2$ à $\approx -4,1$; la dernière montée s'arrête à 0. $f(x) = -2$: **2 solutions**. $f(x) = 9$: **aucune**, 9 dépasse le maximum.

Ce qui fait la note : en b), un argument, pas une impression : une seule valeur, $f(3) = -4$, suffit.

Séance 8 — Le tableau de signes

Calcul minute

1. +
2. -
3. -1 , 2 et 4
4. $]2; 4[$
5. + partout : g ne s'annule pas
6. -3 , -1 et 4

7. $+(h(0) = 2)$

9. $-(u(0) = -6)$

8. $-(h(-2) = -2)$

10. 3

Exercice 1 — Lire un tableau de signesa. $p(x) = 0 : \mathbf{S = \{-1; 3\}}$. $p(x) > 0 :]-1; 3[$. $p(x) \leq 0 : [-4; -1] \cup [3; 5]$.b. **Non** pour $p(4) = 2$: sur $]3; 5]$, $p(x)$ est négatif. **Oui** pour $p(0) = 7$: 0 est dans $] -1; 3[$, où p est positif, et le tableau ne donne aucune valeur.c. Toute courbe sous l'axe de -4 à -1 , au-dessus de -1 à 3 , de nouveau dessous de 3 à 5 , qui coupe l'axe seulement en -1 et en 3 .**Exercice 2 — Une fonction affine**

a. $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x = 3}$

b. $u(0) = \mathbf{-6}$ et $u(5) = \mathbf{4}$: la droite passe par $(0; -6)$ et $(5; 4)$.c. La droite monte et coupe l'axe en 3 : **signe - avant 3, 0 en 3, + après**. $u(x) > 0 \Leftrightarrow \mathbf{x \in]3; +\infty[}$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$u(x)$		-	0	+	

Exercice 3 — Du calcul au graphiquea. $q(-2) = -5$; $q(-1) = 0$; $q(0) = 3$; $q(1) = 4$; $q(2) = 3$; $q(3) = 0$; $q(4) = -5$. Un arc de parabole « en cloche », symétrique autour de $x = 1$.b. $-(x + 1)(x - 3) = -(x^2 - 3x + x - 3) = -x^2 + 2x + 3 = q(x)$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs l'est : **les racines sont -1 et 3**, ce que confirment $q(-1) = 0$ et $q(3) = 0$.c. **Signe -** sur $[-2; -1[$, **0 en -1**, **+ sur** $] -1; 3[$, **0 en 3**, **- sur** $]3; 4]$. $q(x) > 0 \Leftrightarrow \mathbf{x \in]-1; 3[}$.d. Maximum **4 pour $x = 1$** ; minimum **-5, pour $x = -2$ et pour $x = 4$** .

x	-2		-1		3		4
$q(x)$		-	0	+	0	-	

Exercice 4 — Le tableau de signes de h

x	-4		-3		-1		4		5
$h(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

Erreur fréquente : mettre un 0 sous -4 et sous 5 . Ce sont des bornes, pas des racines : $h(-4) = 2$ et $h(5) = -2$.

Test de rentrée — corrigé

N°	Réponse	Si c'est faux
1	$\frac{14}{8} = \frac{7}{4} = 1,75 : \mathbb{D}$, dénominateur $4 = 2 \times 2$.	séance 1
2	$[2 ; 4[$	séance 1
3	$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$; $2^{7-4-1} = 2^2 = 4$	séance 2
4	$x^2 - 10x + 25 - (x^2 - 25) = -10x + 50$	séance 3
5	$2x = -11$, $x = -5,5$	séance 3
6	Milieu $(2 ; 1)$; $AB = \sqrt{8^2 + (-4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$	séance 4
7	$[-3 ; 7]$; $-4x > 8 \Leftrightarrow x < -2 :]-\infty ; -2[$	séance 5
8	trois antécédents : -3 , -1 et 4 ; $h(2) = 4$	séance 6
9	-2, atteint pour $x = -2$ et $x = 5$	séance 7
10	$] -3 ; -1[\cup]4 ; 5]$	séance 8