

L'essentiel du début d'année

Huit séances pour consolider les bases du début d'année : l'essentiel du cours, des méthodes, du calcul minute et des exercices

COMMENT UTILISER CE LIVRET

Huit séances, une par jour, de 45 minutes à 1 heure. Chacune suit le même déroulé :

Étape	Durée	Ce que tu fais
1. L'essentiel	10 min	Lis les encadrés, puis recopie de mémoire les définitions au brouillon.
2. Calcul minute	5 min	Chronomètre-toi, sans calculatrice. Note ton score et ton temps.
3. Exercices	30 à 40 min	Dans l'ordre des étoiles : ★ vérifier le cours, ★★ l'appliquer, ★★★ raisonner.
4. Correction	10 min	Avec le corrigé, en rouge. Recopie chaque erreur et sa correction.
5. Bilan	2 min	Coche ce que tu sais faire. Ce qui n'est pas coché sera repris au dernier jour.

Le programme des deux semaines

Jour	Séance	Thème
Semaine 1 · jour 1	1. Le monde des nombres et les intervalles	Fondations numériques et algébriques
Semaine 1 · jour 2	2. Puissances et racines carrées	
Semaine 1 · jour 3	3. Calcul littéral et équations	
Semaine 1 · jour 4	4. Repérage, milieu et distance	Géométrie repérée et ordre
Semaine 2 · jour 1	5. Valeur absolue et inéquations	
Semaine 2 · jour 2	6. Fonctions : vocabulaire et définitions	L'univers des fonctions
Semaine 2 · jour 3	7. La lecture graphique avancée	
Semaine 2 · jour 4	8. Le tableau de signes	
Semaine 2 · jour 5	Test de rentrée (20 min), puis reprise de toutes les cases « Je sais faire » non cochées.	

Les jours sans séance, refais un calcul minute déjà fait et essaie de battre ton temps : les automatismes se forgent par la répétition.

LA RÈGLE D'OR : DES FICHES « MÉTHODE », PAS SEULEMENT DES FICHES « COURS »

À la fin de chaque séance, écris sur une petite fiche une méthode en trois étapes, avec un exemple. Une fiche « Cours » dit *ce qui est vrai* ; une fiche « Méthode » dit *quoi faire*, et c'est elle qu'on relit la veille d'un contrôle.

1. Comment passer d'une inégalité à un intervalle ?
2. Comment simplifier une racine carrée ?
3. Comment factoriser une expression ?
4. Comment calculer une distance dans un repère ?
5. Comment résoudre une inéquation ?
6. Comment trouver les antécédents d'un nombre sur une courbe ?
7. Comment résoudre $f(x) < 3$ graphiquement ?
8. Comment dresser un tableau de signes ?

La fiche 7 est faite pour toi à la séance 7 : sers-t'en de modèle.

1 Séance 1 — Le monde des nombres et les intervalles

Objectif : maîtriser le vocabulaire des nombres et passer d'une inégalité à un intervalle.

Les ensembles de nombres

Ensemble	Ce qu'il contient	Exemples
$\mathbb{N}$	les entiers naturels	0 ; 1 ; 2 ; 37
$\mathbb{Z}$	les entiers relatifs : les naturels et leurs opposés	-5 ; 0 ; 12
$\mathbb{D}$	les décimaux : un nombre fini de chiffres après la virgule	2,75 ; -0,1 ; $\frac{3}{4} = 0,75$
$\mathbb{Q}$	les rationnels : les quotients $\frac{a}{b}$ de deux entiers, avec $b \neq 0$	$\frac{1}{3}$; $-\frac{7}{6}$; 0,2
$\mathbb{R}$	les réels : tous les nombres de la droite graduée	$\sqrt{2}$; π ; $-\frac{1}{3}$

À RETENIR

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$: chaque ensemble est contenu dans le suivant. Un entier est donc aussi un décimal, un rationnel et un réel. Les réels qui ne sont pas rationnels, comme $\sqrt{2}$ ou π , sont dits **irrationnels**.

MÉTHODE — TROUVER LE PLUS PETIT ENSEMBLE D'UN NOMBRE

1. **Simplifier** d'abord : $\sqrt{25} = 5$; $\frac{-12}{4} = -3$.
2. Si c'est un **entier** : $\mathbb{N}$ s'il est positif ou nul, $\mathbb{Z}$ sinon.
3. Sinon, écrire la fraction **irréductible** : si son dénominateur ne contient que des facteurs 2 et 5, c'est un décimal ($\mathbb{D}$) ; sinon, un rationnel ($\mathbb{Q}$). Une racine qui ne se simplifie pas, ou π : $\mathbb{R}$.

PIÈGE

$\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'est **pas** décimal : ses chiffres après la virgule ne s'arrêtent jamais. En revanche, $\frac{3}{4} = 0,75$ l'est.

Des inégalités aux intervalles

x vérifie	x appartient à	en mots
$x \geq 5$	$[5 ; +\infty[$	5 compris, et tous les nombres au-delà
$x < 2$	$] -\infty ; 2[$	tous les nombres avant 2, 2 exclu
$-1 \leq x < 4$	$[-1 ; 4[$	de -1 compris à 4 exclu
$-3 < x \leq 0$	$] -3 ; 0]$	de -3 exclu à 0 compris

LA RÈGLE DES CROCHETS

Crochet **tourné vers le nombre** : le nombre est **compris**. Crochet **tourné à l'opposé** : il est **exclu**. Du côté de l'infini, le crochet est **toujours ouvert** : $+\infty$ n'est pas un nombre.

Intersection et réunion

DÉFINITIONS

$I \cap J$ (« I inter J ») : les nombres qui sont dans I **et** dans J — là où les couleurs se superposent.

$I \cup J$ (« I union J ») : les nombres qui sont dans I **ou** dans J — tout ce qui est colorié.

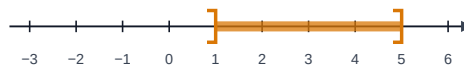
PIÈGE

$[2; 5] \cap [5; 8] = \emptyset$ (l'ensemble vide) : 5 est dans le premier intervalle, mais pas dans le second. Et $[0; 1] \cup [3; 4]$ ne se simplifie pas : il y a un trou entre 1 et 3.

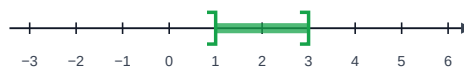
$$I = [-2; 3]$$



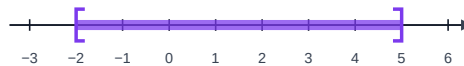
$$J = [1; 5]$$



$$I \cap J = [1; 3]$$



$$I \cup J = [-2; 5]$$



Chaque intervalle sur sa droite. L'intersection garde ce qui est commun ; la réunion garde tout.

AU BROUILLON, AVEC DES CRAYONS DE COULEUR

Trace une grande droite graduée. Colorie le premier intervalle en bleu, le second en jaune : l'intersection est la partie **verte**, la réunion est **tout ce qui est colorié**. Fais-le pour chaque exercice de cette séance.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $x \leq -3$ s'écrit $x \in \dots\dots\dots$

2. $-2 < x \leq 3$ s'écrit $x \in \dots\dots\dots$

3. $x > 0$ s'écrit $x \in \dots\dots\dots$

4. $0,5 \in \mathbb{Z}$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

5. $\frac{7}{4} \in \mathbb{D}$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

6. $\frac{2}{3} \in \mathbb{D}$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

7. $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

8. $-4 \in \mathbb{N}$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

9. $[1; 4] \cap [3; 6] = \dots\dots\dots$

10. $[1; 4] \cup [3; 6] = \dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Le plus petit ensemble ★

Appliquer la méthode, nombre par nombre.

Donne le plus petit ensemble ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) auquel appartient chaque nombre : -5 ; $0,25$; $\frac{7}{3}$; $\sqrt{25}$; π ;

$$\frac{-12}{4} ; \frac{1}{8} ; \sqrt{2} ; \frac{-9}{6}.$$

Exercice 2 — Traduire dans les deux sens ★

Inégalité, intervalle et droite graduée.

Écris sous forme d'intervalle, puis représente sur une droite graduée :

- a. $x \geq -2$
- b. $x < 7$
- c. $1 < x \leq 6$
- d. $-4 \leq x \leq -1$

Écris avec des inégalités :

- e. $x \in]-\infty ; 0]$
- f. $x \in]-3 ; 5[$
- g. $x \in [2,5 ; +\infty[$

Exercice 3 — Intersections et réunions ★★

Utiliser les droites colorées.

On donne $A = [-3 ; 2]$, $B =]0 ; 6[$ et $C =]-\infty ; -1]$. Détermine $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$, $B \cap C$ et $A \cup C$.

Exercice 4 — Vrai ou faux ? Justifie. ★★★

Raisonnement avec les inclusions et les crochets.

- a. Tout entier relatif est un nombre décimal.
- b. $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$.
- c. Le produit de deux nombres irrationnels est toujours irrationnel.
- d. $[2 ; 5] \cap]5 ; 8] = \{5\}$.
- e. Dire que $x \in [-1 ; 3]$ et $x > 2$, c'est dire que $x \in]2 ; 3]$.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ donner le plus petit ensemble d'un nombre ;
- ☐ traduire une inégalité en intervalle, et l'inverse, sans me tromper de crochet ;
- ☐ trouver une intersection et une réunion sur une droite graduée.

Pour aller plus loin : la fiche « Nombres et calculs » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/nombres-et-calculs-2nde

2 Séance 2 — Puissances et racines carrées

Objectif : automatiser les règles de calcul et simplifier une racine carrée.

Les puissances

DÉFINITIONS

Pour n entier positif : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs).

$a^0 = 1$ et, si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Exemple : $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$.

LES QUATRE RÈGLES (MÊME BASE)

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ — on **additionne** les exposants

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ — on les **soustrait**

$(a^m)^n = a^{m \times n}$ — on les **multiplie**

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

TROIS PIÈGES

Bases différentes : $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$, et non 6^5 . Les règles ne marchent qu'avec la même base (ou le même exposant, pour la dernière).

Somme : $2^3 + 2^4 \neq 2^7$ — il n'y a pas de règle pour une somme.

Signe : $(-2)^4 = 16$, mais $-2^4 = -16$: sans parenthèses, la puissance ne porte que sur 2.

ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

$a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$. Exemples : $3\,400\,000 = 3,4 \times 10^6$; $0,000\,52 = 5,2 \times 10^{-4}$.

Les racines carrées

DÉFINITION

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le nombre **positif** dont le carré vaut a : $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemples : $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{0} = 0$. $\sqrt{-4}$ n'existe pas.

RÈGLES

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (pour $b > 0$)

Mais $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$: $\sqrt{9+16} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

MÉTHODE — SIMPLIFIER UNE RACINE CARRÉE

1. Chercher le **plus grand carré parfait** qui divise le nombre : 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100...

2. Écrire le nombre comme ce carré $\times$ le reste : $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$.

3. Sortir la racine du carré : $\sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Autres exemples : $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$; $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

PIÈGE

Prendre un carré qui n'est pas le plus grand : $\sqrt{72} = \sqrt{4 \times 18} = 2\sqrt{18}$ n'est pas fini, car 18 contient encore le carré 9. Vérifie toujours que le nombre restant sous la racine ne contient plus de carré.

LES AUTOMATISMES SE FORGENT PAR LA RÉPÉTITION

Refais le calcul minute ci-dessous deux jours plus tard, puis encore à la fin des vacances, en notant ton temps à chaque fois. L'objectif : 10 sur 10 en moins de 3 minutes.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $2^3 \times 2^4 =$

2. $\frac{5^6}{5^2} =$

3. $(3^2)^3 =$

4. $10^{-3} =$

5. $7^0 =$

6. $(-1)^5 =$

7. $3^{-2} =$

8. $\sqrt{18} =$

9. $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$

10. $\sqrt{9 + 16} =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Une seule puissance ★

Appliquer les quatre règles.

Écris sous la forme d'une seule puissance, puis donne la valeur quand c'est possible :

a. $2^5 \times 2^{-3}$

b. $\frac{(10^3)^2}{10^4}$

c. $3^4 \times 9$

d. $5^3 \times 2^3$

e. $\frac{4^3}{2^5}$

Exercice 2 — Simplifier des racines ★

La méthode en trois étapes.

Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b le plus petit possible : $\sqrt{20}$; $\sqrt{45}$; $\sqrt{98}$; $\sqrt{200}$; $\sqrt{75}$.

Exercice 3 — Calculer avec des racines ★★

Simplifier d'abord, regrouper ensuite.

a. $A = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3}$

b. $B = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c. $C = \sqrt{50} - 3\sqrt{2}$

d. $D = (2\sqrt{5})^2$

e. $E = \sqrt{3} \times \sqrt{12}$

Exercice 4 — Écriture scientifique ★★

Puissances de 10 et ordres de grandeur.

Donne l'écriture scientifique de :

a. 0,000 52

b. 3 400 000

c. $(6 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-2})$

d. $\frac{8 \times 10^3}{2 \times 10^{-2}}$

Exercice 5 — Un rectangle irrationnel ★★★

Réinvestir les règles dans un problème.

Un rectangle mesure $\sqrt{8}$ cm sur $\sqrt{18}$ cm. Calcule, en valeurs exactes et simplifiées :

- a. son aire ;
- b. son périmètre ;
- c. la longueur de sa diagonale.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ utiliser les règles de calcul sur les puissances de même base ;
- ☐ écrire un nombre en écriture scientifique ;
- ☐ simplifier une racine carrée et calculer avec des racines.

Pour aller plus loin : la fiche « Nombres et calculs » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/nombres-et-calculs-2nde

3 Séance 3 — Calcul littéral et équations

Objectif : développer, factoriser et résoudre une équation du premier degré sans hésiter.

DÉVELOPPER

Simple distributivité : $k(a + b) = ka + kb$

Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple : $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$.

LES IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

À reconnaître **dans les deux sens** : de gauche à droite, on développe ; de droite à gauche, on factorise.

MÉTHODE — FACTORISER

1. Chercher un **facteur commun** : $5x + 15 = 5(x + 3)$; $(x + 2)(3x - 1) + (x + 2)(x + 5) = (x + 2)[(3x - 1) + (x + 5)]$.
2. Sinon, reconnaître une **identité** : une différence de deux carrés, $9x^2 - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$; un carré parfait, $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$.
3. **Vérifier** en redéveloppant de tête : on doit retrouver l'expression de départ.

TROIS PIÈGES

Le carré d'une somme : $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$. Il manque le double produit $6x$.

Le signe moins devant une parenthèse : $-(x - 3) = -x + 3$: il change **tous** les signes.

Diviser par x dans une équation : on risque de perdre la solution 0. On factorise plutôt.

MÉTHODE — ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

1. Développer et réduire chaque membre si besoin.
2. Regrouper les x d'un côté, les nombres de l'autre, en faisant **la même opération des deux côtés**.
3. Diviser par le coefficient de x , puis **vérifier** en remplaçant.

Exemple : $4x - 3 = 4 \Leftrightarrow 4x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$.

L'ÉQUATION PRODUIT NUL

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$\mathbf{A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0.}$$

Exemple : $(x - 1)(2x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3$.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $3(x - 4) = \dots\dots\dots$

2. $-2(5 - x) = \dots\dots\dots$

3. $(x + 1)(x + 2) = \dots\dots\dots$

4. $(x + 5)^2 = \dots\dots\dots$

5. $(x - 3)^2 = \dots\dots\dots$

6. $(2x + 1)(2x - 1) = \dots\dots\dots$

7. Factorise $x^2 - 16 = \dots\dots\dots$

8. Factorise $5x + 15 = \dots\dots\dots$

9. $3x - 7 = 8 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

10. $2x + 3 = x - 4 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Développer et réduire ★

Distributivité et identités.

- a. $A = (2x + 3)(x - 5)$
- b. $B = (3x - 2)^2$
- c. $C = (x + 4)(x - 4) - (x - 1)^2$

Exercice 2 — Factoriser ★★

Facteur commun ou identité ?

- a. $D = 4x^2 - 12x + 9$
- b. $E = x^2 - 49$
- c. $F = (x + 2)(3x - 1) + (x + 2)(x + 5)$
- d. $G = 25 - (x + 1)^2$

Exercice 3 — Résoudre ★★

Une méthode par type d'équation.

- a. $5x - 3 = 2x + 9$
- b. $3(x - 2) = 7 - (x + 1)$
- c. $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{3}$
- d. $(2x - 6)(x + 5) = 0$
- e. $x^2 = 49$

Exercice 4 — Mettre en équation, calculer malin ★★★

Le calcul littéral au service d'un problème.

- a. La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 3 cm, et son périmètre mesure 26 cm. Quelles sont ses dimensions ?
- b. Sans calculatrice, à l'aide d'une identité remarquable, calcule 101^2 , puis 99×101 , puis 98^2 .

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ développer avec la double distributivité et les identités remarquables ;
- ☐ factoriser par un facteur commun ou par une identité ;
- ☐ résoudre une équation du premier degré et une équation produit nul.

Pour aller plus loin : la fiche « Équations et inéquations » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/equations-inequations-2nde

4 Séance 4 — Repérage, milieu et distance

Objectif : se repérer dans le plan et relier la distance au calcul.

LE MILIEU D'UN SEGMENT

Le milieu M de $[AB]$ a pour coordonnées les **moyennes** des coordonnées de A et de B :

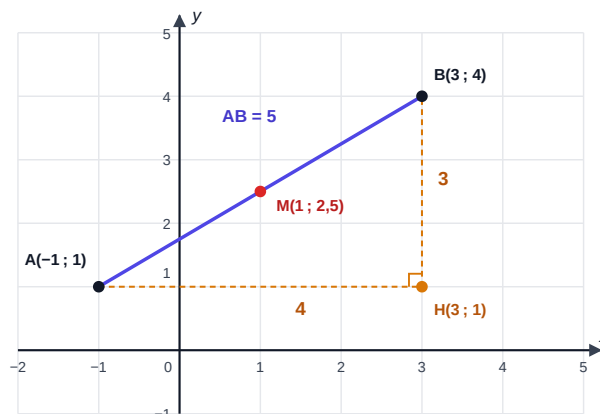
$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

LA DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

Dans un repère **orthonormé** :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

C'est le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ci-contre.



$A(-1; 1)$ et $B(3; 4)$. $AH = 4$ et $HB = 3$, donc $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$. Le milieu M est au centre du segment.

EXEMPLE RÉDIGÉ

$$M = \left(\frac{-1 + 3}{2}; \frac{1 + 4}{2}\right) = (1; 2,5). \quad AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

MÉTHODE — DÉMONTRER AVEC DES COORDONNÉES

Parallélogramme : ses diagonales ont le même milieu. **Triangle isocèle** : deux côtés de même longueur.

Triangle rectangle : la réciproque de Pythagore, $AB^2 + BC^2 = AC^2$. **Point sur un cercle** : sa distance au centre égale le rayon.

Astuce : compare des **carrés** de distances, AB^2 , pour éviter les racines jusqu'au bout.

DEUX PIÈGES

Les signes : $x_B - x_A$ avec $x_A = -1$ donne $3 - (-1) = 4$. Mets toujours des parenthèses autour d'un nombre négatif.

La racine d'une somme : $\sqrt{16 + 9} = 5$, et non $4 + 3 = 7$.

TOUJOURS UN SCHÉMA À MAIN LEVÉE

Place les points en quelques secondes, sans règle. Si le milieu calculé tombe visiblement en dehors du segment, ou si la distance est plus petite qu'un des deux écarts, il y a une erreur de signe : recommence le calcul.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

- Milieu de $A(2; 6)$ et $B(4; 0)$:
- Milieu de $A(-3; 5)$ et $B(1; -1)$:
- Distance de $O(0; 0)$ à $A(3; 4)$:
- Distance de $A(1; 2)$ à $B(4; 6)$:
- Distance de $A(-2; 0)$ à $B(2; 0)$:
- $(-5)^2 =$
- $-5^2 =$
- $\sqrt{36 + 64} =$
- $M(2; 3)$ milieu de $[OB]$, $O(0; 0)$: $B =$
- Milieu de $A(1; 1)$ et $B(5; 1)$:

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Le repère est orthonormé dans tous les exercices.

Exercice 1 — Les deux formules ★

Calculer proprement, avec des parenthèses.

On donne $A(2 ; -3)$ et $B(-4 ; 5)$. Calcule les coordonnées du milieu de $[AB]$, puis la longueur AB .

Exercice 2 — Un parallélogramme ? ★★

Démontrer avec les milieux.

On donne $A(-2 ; 1)$, $B(3 ; 2)$, $C(4 ; -1)$ et $D(-1 ; -2)$.

- Démontre que $ABCD$ est un parallélogramme.
- Calcule AC et BD . $ABCD$ est-il un rectangle ?

Exercice 3 — La nature d'un triangle ★★

Comparer les carrés des longueurs.

On donne $E(1 ; 1)$, $F(5 ; 3)$ et $G(3 ; 7)$. Calcule EF^2 , FG^2 et EG^2 , puis donne la nature précise du triangle EFG .

Exercice 4 — Symétrique et cercle ★★★

Utiliser les formules à l'envers.

- $M(1 ; 2)$ est le milieu de $[AB]$, avec $A(-3 ; 5)$. Calcule les coordonnées de B .
- Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre $\Omega(1 ; 2)$ et passe par $A(-3 ; 5)$. Calcule son rayon. Les points $P(4 ; -2)$, $Q(6 ; 2)$ et $R(5 ; 4)$ sont-ils sur $\mathcal{C}$?

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer les coordonnées d'un milieu, et retrouver une extrémité ;
- ☐ calculer une distance sans erreur de signe ;
- ☐ démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ou qu'un triangle est rectangle.

Pour aller plus loin : la fiche « Géométrie repérée » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/geometrie-repere-equa-droite

5 Séance 5 — Valeur absolue et inéquations

Objectif : voir la valeur absolue comme une distance, et résoudre une inéquation sans se tromper de sens.

LA VALEUR ABSOLUE EST UNE DISTANCE

$|x|$ est la distance entre x et 0 : $|-7| = 7$, $|3| = 3$.

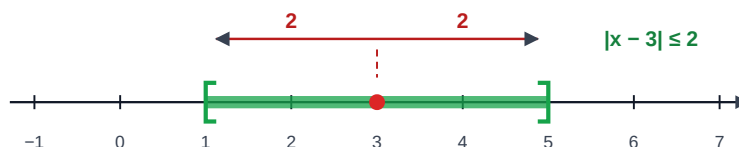
$|x - a|$ est la **distance entre x et a** sur la droite des réels. Ainsi $|3 - 8| = 5$: 3 et 8 sont à distance 5.

CE QU'IL FAUT SAVOIR TRADUIRE

$$|x - a| = r \Leftrightarrow x = a - r \text{ ou } x = a + r$$

$$|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in [a - r ; a + r]$$

$$|x - a| > r \Leftrightarrow x \in]-\infty ; a - r[\cup]a + r ; +\infty[$$



$|x - 3| \leq 2$: les nombres à distance au plus 2 de 3, c'est-à-dire $[1 ; 5]$.

PIÈGE

$|x + 2|$ est la distance entre x et **-2**, car $x + 2 = x - (-2)$. Et $|a - b| = |b - a|$: une distance ne dépend pas du sens.

Les inéquations du premier degré

LES RÈGLES

On peut **ajouter ou soustraire** un même nombre aux deux membres : le sens ne change pas.

On peut **multiplier ou diviser** par un même nombre **positif** : le sens ne change pas.

Si on multiplie ou divise par un nombre **négatif**, le **sens de l'inégalité change**.

EXEMPLE RÉDIGÉ

$$-3x + 5 \leq 11 \Leftrightarrow -3x \leq 6 \Leftrightarrow x \geq \frac{6}{-3} \Leftrightarrow x \geq -2. \text{ On a divisé par } -3 : \text{ le sens a changé. } S = [-2 ; +\infty[.$$

MÉTHODE — RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

1. Isoler x comme dans une équation, en surveillant chaque multiplication ou division par un négatif.
2. **Encadrer** la dernière ligne : $x \geq -2$.
3. **Traduire en intervalle**, comme à la séance 1 : $S = [-2 ; +\infty[$.

LIER CETTE SÉANCE À LA SÉANCE 1

Une inéquation ne se termine jamais par « $x \geq -2$ » : la solution s'écrit sous forme d'**intervalle**. Pour une valeur absolue, dessine la droite graduée, place le centre et la distance, et lis l'intervalle.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $|-7| = \dots\dots\dots$

2. $|3 - 8| = \dots\dots\dots$

3. $|\pi - 4| = \dots\dots\dots$

4. Distance entre -2 et 5 : $\dots\dots\dots$

5. $|x - 1| \leq 3 \Leftrightarrow x \in \dots\dots\dots$

6. $|x| < 2 \Leftrightarrow x \in \dots\dots\dots$

7. $|x + 1| = 4 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

8. $2x > 6 \Leftrightarrow x \in \dots\dots\dots$

9. $-x \geq 4 \Leftrightarrow x \in \dots\dots\dots$

10. $-2x < 10 \Leftrightarrow x \in \dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Des distances ★

Calculer une valeur absolue, sans calculatrice.

Calcule : $|-4,5|$; $|2 - \sqrt{5}|$; $|3 - \pi|$; la distance entre -3 et 7 ; $|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}|$.

Exercice 2 — Traduire ★★

De la valeur absolue à l'intervalle, et retour.

Écris l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (ou de réunion d'intervalles) :

- a. $|x - 4| \leq 1$
- b. $|x + 3| < 2$
- c. $|x - 1| \geq 3$
- d. $|x| = 6$

Écris avec une valeur absolue :

- e. $x \in [2 ; 8]$
- f. $x \in]-4 ; 2[$

Exercice 3 — Résoudre des inéquations ★★

Attention au sens.

- a. $4x - 7 < 2x + 3$
- b. $3 - 2x \geq 9$
- c. $\frac{x+1}{3} \leq \frac{x-2}{2}$
- d. $5(x-1) > 7x+3$

Exercice 4 — Choisir et combiner ★★★

Mettre en inéquation, et croiser deux conditions.

- a. Une salle propose deux tarifs : A, 12 € d'inscription puis 1,50 € par séance ; B, 30 € par mois en accès illimité. Pour combien de séances dans le mois le tarif A est-il strictement plus avantageux ?
- b. Trouve tous les réels x tels que $2x - 1 \geq 3$ et $|x - 4| < 3$. Donne la réponse sous forme d'intervalle.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ interpréter $|x - a|$ comme une distance ;
- ☐ traduire $|x - a| \leq r$ en intervalle ;
- ☐ résoudre une inéquation en changeant le sens quand je divise par un négatif.

Pour aller plus loin : la fiche « Équations et inéquations » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/equations-inequations-2nde

6 Séance 6 — Fonctions : vocabulaire et définitions

Objectif : ne plus jamais confondre image et antécédent.

FONCTION, ENSEMBLE DE DÉFINITION

Une **fonction** f associe à chaque nombre x de son **ensemble de définition** D_f **un et un seul** nombre, noté $f(x)$. Sur une courbe, D_f se lit sur l'axe des abscisses, du point le plus à gauche au point le plus à droite.

IMAGE — UNIQUE

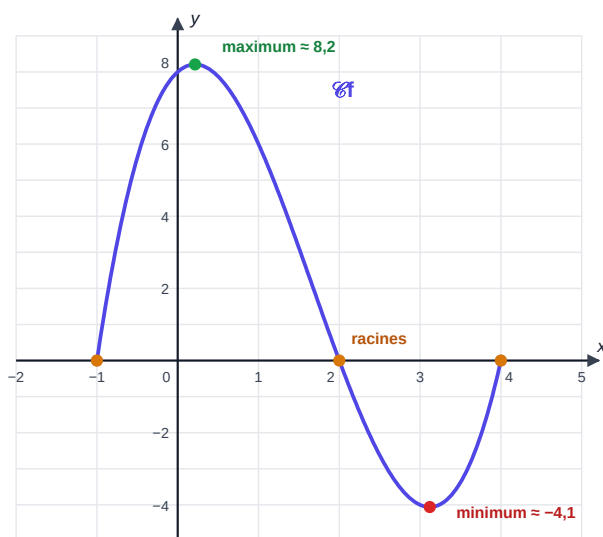
L'**image** de a est $f(a)$. Elle est **unique** et se lit sur l'**axe vertical** (des ordonnées).

ANTÉCÉDENT — PARFOIS PLUSIEURS

Un **antécédent** de b est un x tel que $f(x) = b$. Il se lit sur l'**axe horizontal** (des abscisses). Il peut y en avoir zéro, un ou plusieurs.

LA PHRASE MODÈLE, À RÉCITER

« L'image de x par la fonction f est y » se dit aussi « x est un antécédent de y », et s'écrit $f(x) = y$. Les trois disent exactement la même chose. Récite-la avec $f(3) = -4$: « l'image de 3 par f est -4 ; 3 est un antécédent de -4 ».



La courbe de f sur $[-1; 4]$. Ici $f(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$.

Le nombre	a pour antécédent(s)
6	1 et $\approx -0,45$: deux
0	-1 , 2 et 4 : trois
10	aucun

POINT DE LA COURBE

$M(x; y)$ est sur la courbe $\mathcal{C}_f$ si et seulement si $y = f(x)$.

$A(3; -4) \in \mathcal{C}_f$ car $f(3) = -4$; $B(1; 5) \notin \mathcal{C}_f$ car $f(1) = 6$.

PIÈGE

Ne dis jamais « l'antécédent de -4 » : il peut y en avoir plusieurs. Dis « *un* antécédent ». Et pour tester un point, calcule l'image de son **abscisse**, jamais celle de son ordonnée.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $f(x) = 3x - 2$: $f(0) = \dots\dots\dots$

2. $f(-1) = \dots\dots\dots$

3. $f(\frac{2}{3}) = \dots\dots\dots$

4. Antécédent de 7 par f : $\dots\dots\dots$

5. $g(x) = x^2$: $g(-3) = \dots\dots\dots$

6. Antécédents de 16 par g : $\dots\dots\dots$

7. Antécédents de -1 par g : $\dots\dots\dots$

8. $A(2; 4) \in \mathcal{C}_g$? Oui ou non : $\dots\dots\dots$

9. $f(4) = \dots\dots\dots$

10. Antécédent de -1 par f : $\dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Vrai ou faux ★

Les confusions les plus fréquentes.

Corrige les phrases fausses.

- Un nombre peut avoir plusieurs images par une fonction.
- Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction.
- L'ensemble de définition se lit sur l'axe des ordonnées.
- Si $f(2) = 5$, alors 2 est un antécédent de 5.
- Le maximum d'une fonction est une valeur de x .

Exercice 2 — Est-ce une fonction ? ★

Comprendre « un et un seul ».

Dis si chaque procédé définit une fonction, et justifie.

- À chaque élève de la classe, on associe sa date de naissance.
- À chaque date de l'année, on associe les élèves de la classe nés ce jour-là.
- À chaque nombre réel, on associe son carré.
- À chaque nombre positif, on associe les nombres dont il est le carré.

Exercice 3 — Images et antécédents par le calcul ★★

De la formule aux images, puis aux antécédents.

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

- Calcule les images de -2 , de $0,5$ et de 3 .
- Calcule $f(0)$, puis $f(1,5)$. Que peux-tu dire des antécédents de 1 ?
- Montre que 1 est un antécédent de 0 . En connais-tu un autre ?

Exercice 4 — Sur la courbe ou pas ? ★★

Appliquer la règle d'appartenance.

Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Les points $A(2 ; -1)$, $B(-1 ; 4)$ et $C(0 ; 1)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}_g$?

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ distinguer image (unique, axe vertical) et antécédent (axe horizontal) ;
- ☐ lire l'ensemble de définition sur une courbe ;
- ☐ dire par le calcul si un point est sur une courbe.

Pour aller plus loin : la fiche « Généralités sur les fonctions » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/generalites-fonctions

7 Séance 7 — La lecture graphique avancée

Objectif : lire un maximum, un minimum et résoudre graphiquement équations et inéquations.

MAXIMUM ET MINIMUM

Le **maximum** de f est l'ordonnée du point le **plus haut** de la courbe ; le **minimum**, celle du point le plus bas. On précise toujours **pour quelle valeur de x** il est atteint.

Sur la courbe de la séance 6 : maximum $\approx 8,2$ pour $x \approx 0,2$; minimum $\approx -4,1$ pour $x \approx 3,1$.

RÉSOUTRE $f(x) = k$

Tracer la droite **horizontale** $y = k$; les solutions sont les **abscisses** des points d'intersection. Pour $f(x) = 0$, ce sont les points où la courbe coupe l'axe des abscisses : les **racines**.

ERREUR FRÉQUENTE

Écrire « minimum -1 pour $x = 3$ » alors que $f(3) = -4$. Si la fonction prend la valeur -4 , son minimum vaut **au plus** -4 . Ici, -1 est une borne de l'ensemble de définition, pas une valeur de la fonction.

Autre confusion : « le maximum est $0,2$ ». Non : le maximum est une valeur de y ; $0,2$ est l'endroit où il est atteint.

UNE LECTURE EST APPROCHÉE

Quand le point ne tombe pas sur un nœud du quadrillage, écris le résultat avec « $\approx$ ».

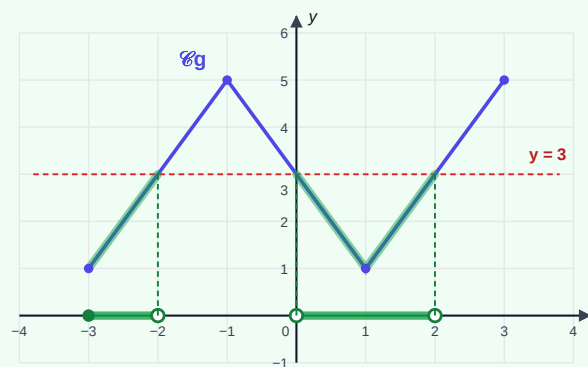
FICHE MÉTHODE — COMMENT RÉSOUTRE $g(x) < 3$ GRAPHIQUEMENT ?

1. Tracer la droite **horizontale** $y = 3$ sur toute la largeur du graphique.
2. Repérer les morceaux de courbe strictement en dessous de la droite (pour « $<$ ») et les surligner.
3. Lire leurs abscisses et écrire des intervalles : crochets **ouverts** aux points d'intersection (inégalité stricte), **fermés** aux bornes de D_g qui conviennent.

Ici $D_g = [-3 ; 3]$. La courbe est sous la droite de -3 à -2 , puis de 0 à 2 :

$$S = [-3 ; -2[\cup]0 ; 2[$$

En -3 , $g(-3) = 1 < 3$: la borne est comprise. En -2 , 0 et 2 , g vaut exactement 3 : exclus.



En vert : les morceaux de courbe sous la droite, et leurs abscisses.

S'ENTRAÎNER À L'ENVERS

Sur un repère vierge, trace une courbe qui respecte des contraintes données (exercice 7). Si tu as accès à un logiciel de géométrie dynamique, trace une fonction, puis déplace une droite horizontale $y = k$ et compte les points d'intersection.

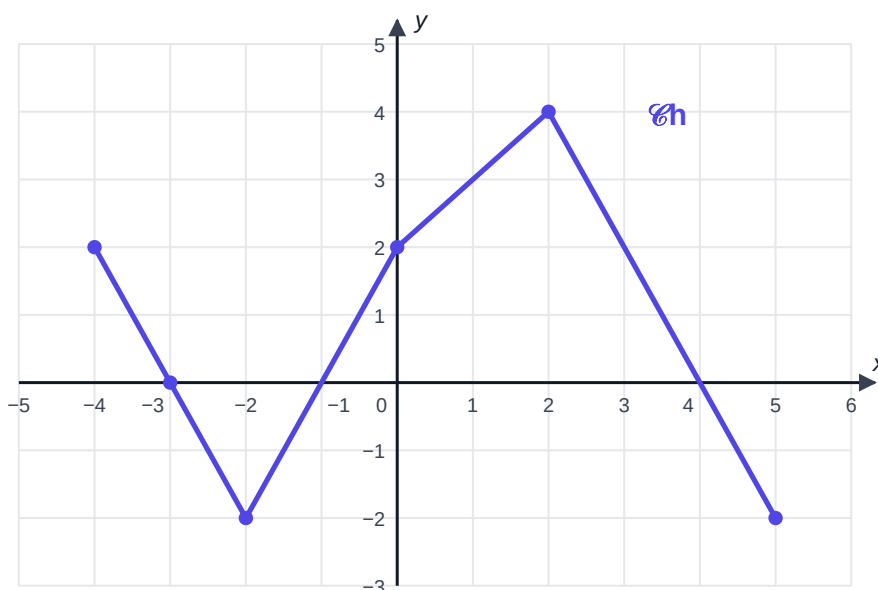
🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. Sur la courbe de g ci-dessus : maximum = ...
2. atteint pour x = ...
3. minimum = ...
4. atteint pour x = ...
5. Nombre de solutions de $g(x) = 4$:
6. Nombre de solutions de $g(x) = 5$:
7. Nombre de solutions de $g(x) = 0$:
8. $g(x) = 3 \Leftrightarrow x \in \{ \dots \}$:
9. $g(-1) =$
10. $g(2) =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Les exercices 5 et 6, ainsi que l'exercice 7 de la séance 8, portent sur la courbe $\mathcal{C}_h$ ci-dessous. Elle est formée de segments ; ses sommets ont des coordonnées entières.



Exercice 5 — Lecture graphique ★

Images, antécédents, extremums.

- a. Donne l'ensemble de définition de h .
- b. Donne les images de -4 , de 0 et de 2 .
- c. Donne les antécédents de 2 , puis ceux de 4 , puis ceux de 5 .
- d. Donne le maximum et le minimum de h , en précisant où ils sont atteints. Que remarques-tu pour le minimum ?

Exercice 6 — Équations et inéquations ★★

La fiche méthode, appliquée.

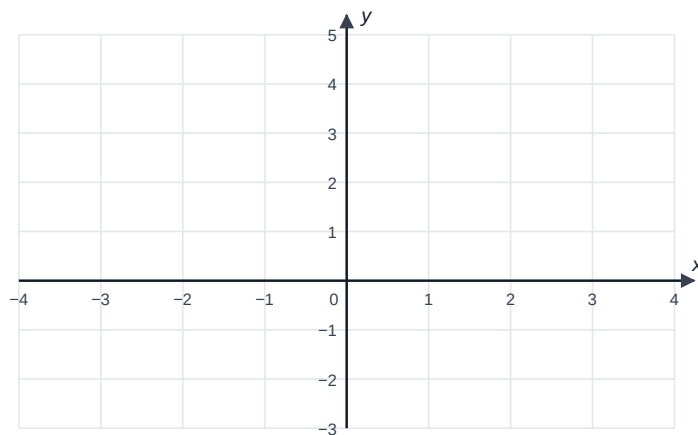
- a. Résous $h(x) = 0$, puis $h(x) = -2$.
- b. Résous $h(x) > 0$, puis $h(x) \leq 0$.
- c. Résous $h(x) \geq 2$.
- d. Sur la courbe de g de la fiche méthode, résous $g(x) \geq 3$.

Exercice 7 — Tracer sous contraintes ★★★

Comprendre le vocabulaire en construisant.

Sur le repère ci-dessous, trace la courbe d'une fonction k définie sur $[-3 ; 3]$ telle que : $k(-3) = -2$; 0 a exactement deux antécédents ; le maximum de k est 4.

Explique ensuite pourquoi 5 n'a aucun antécédent par ta fonction.



Exercice 8 — Retour sur la courbe de la séance 6 ★★★

Vérifier ses lectures et repérer une erreur.

On reprend $f(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$ sur $[-1 ; 4]$.

- Calcule $f(0)$, $f(2)$ et $f(3)$. Ces résultats sont-ils cohérents avec la courbe ?
- Une élève écrit : « minimum : $m = -1$, atteint pour $x = 3$ ». Explique pourquoi c'est impossible.
- Sans tracer de droite, donne le nombre de solutions de $f(x) = 5$, de $f(x) = -2$ et de $f(x) = 9$.

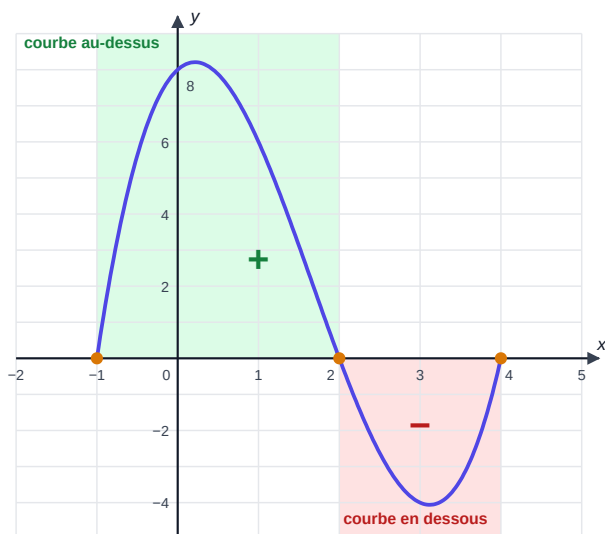
JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ lire un maximum, un minimum et l'endroit où ils sont atteints ;
- ☐ résoudre graphiquement $f(x) = k$ et $f(x) = 0$;
- ☐ résoudre graphiquement $f(x) < k$ avec les bons crochets.

Pour aller plus loin : la fiche « Généralités sur les fonctions » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/generalites-fonctions

8 Séance 8 — Le tableau de signes

Objectif : résumer en un tableau la position de la courbe par rapport à l'axe des abscisses.



À RETENIR

Là où la courbe est **au-dessus** de l'axe des abscisses, $f(x)$ est **positif** : +.

Là où elle est **en dessous**, $f(x)$ est **négatif** : -.

Là où elle **coupe** l'axe, $f(x) = 0$: ce sont les **racines**.

DEUX COULEURS

Surligne la courbe en **vert** quand elle est au-dessus de l'axe (signe +), en **rouge** quand elle est en dessous (signe -). Le tableau se recopie ensuite de gauche à droite.

FICHE MÉTHODE — COMMENT DRESSER UN TABLEAU DE SIGNES ?

1. **Première ligne** : les bornes de D_f , puis les racines, dans l'ordre croissant.
2. **Seconde ligne** : un 0 sous chaque racine — jamais sous une borne qui n'est pas une racine.
3. Dans chaque case, le **signe** de $f(x)$: + si la courbe est au-dessus de l'axe, - si elle est en dessous.

x	-1		2		4
f(x)	0	+	0	-	0

Le tableau de signes de la fonction f de la séance 6.

TROIS PIÈGES

Un 0 sous une borne : on ne met 0 que là où $f(x) = 0$.

Lire les ordonnées : la première ligne contient des valeurs de x .

Une fonction peut ne jamais s'annuler : la courbe de g de la séance 7 reste au-dessus de l'axe ; son tableau n'a qu'une case, +.

LE TABLEAU SERT À RÉSOUDRE

Avec le tableau de f : $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-1 ; 2[$; $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \{-1\} \cup [2 ; 4]$. En -1, f vaut 0, donc -1 compte pour « ≤ 0 ».

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. Signe de f sur $] -1 ; 2[$:
2. Signe de f sur $] 2 ; 4[$:
3. Racines de f :
4. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in$
5. Signe de g (séance 7) sur $[-3 ; 3]$:
6. Racines de h (séance 7) :
7. Signe de h en 0 :
8. Signe de h en -2 :
9. Signe de $2x - 6$ pour $x = 0$:
10. Racine de $2x - 6$:

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Lire un tableau de signes ★

Le tableau, dans l'autre sens.

Une fonction p définie sur $[-4 ; 5]$ a le tableau de signes ci-dessous.

x	-4	-1	3	5	
$p(x)$	-	0	+	0	-

- a. Résous $p(x) = 0$, puis $p(x) > 0$, puis $p(x) \leq 0$.
- b. Peut-on avoir $p(4) = 2$? Et $p(0) = 7$? Justifie.
- c. Trace l'allure d'une courbe possible pour p .

Exercice 2 — Une fonction affine ★★

Du calcul au tableau.

Soit $u(x) = 2x - 6$ sur $\mathbb{R}$.

- a. Résous $u(x) = 0$.
- b. Calcule $u(0)$ et $u(5)$. Trace la droite représentant u .
- c. Dresse le tableau de signes de u , puis résous $u(x) > 0$.

Exercice 3 — Du calcul au graphique ★★★

Tout le thème 3 sur une seule fonction.

Soit q définie sur $[-2 ; 4]$ par $q(x) = -x^2 + 2x + 3$.

- a. Calcule $q(-2)$, $q(-1)$, $q(0)$, $q(1)$, $q(2)$, $q(3)$ et $q(4)$, puis trace l'allure de la courbe.
- b. Développe $-(x + 1)(x - 3)$. Qu'en déduis-tu pour les racines de q ?
- c. Dresse le tableau de signes de q , puis résous $q(x) > 0$.
- d. Donne le maximum et le minimum de q , et où ils sont atteints.

Exercice 4 — reprends la courbe $\mathcal{C}_h$ de la séance 7 et dresse le tableau de signes de h . ★★

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ dresser le tableau de signes d'une fonction à partir de sa courbe ;
- ☐ utiliser un tableau de signes pour résoudre $f(x) > 0$ ou $f(x) \leq 0$;
- ☐ ne mettre un 0 que sous une racine.

Pour aller plus loin : la fiche « Généralités sur les fonctions » sur progressschool.fr/reviser/maths/2nde/generalites-fonctions

Test de rentrée — 20 minutes, sans calculatrice

Fais-le le dernier jour, d'une traite. Chaque question renvoie à une séance : si tu te trompes, refais les exercices ★★ de cette séance.

N°	Question	Séance
1	Quel est le plus petit ensemble auquel appartient $\frac{14}{8}$? Justifie.	1
2	Écris $[-1 ; 4[\cap [2 ; +\infty[$ sous forme d'un seul intervalle.	1
3	Simplifie $\sqrt{48}$, puis calcule $\frac{2^7}{2^4} \times 2^{-1}$.	2
4	Développe et réduis $(x - 5)^2 - (x + 5)(x - 5)$.	3
5	Résous $3x + 7 = x - 4$.	3
6	$A(-2 ; 3)$ et $B(6 ; -1)$: calcule le milieu de $[AB]$, puis AB sous la forme $a\sqrt{b}$.	4
7	Résous $ x - 2 \leq 5$, puis $1 - 4x > 9$. Réponses en intervalles.	5
8	Sur la courbe de h (séance 7) : combien 0 a-t-il d'antécédents ? Quelle est l'image de 2 ?	6
9	Sur la courbe de h : donne le minimum, et toutes les valeurs de x où il est atteint.	7
10	Sur la courbe de h : sur quel(s) intervalle(s) $h(x)$ est-il strictement négatif ?	8

MON RÉSULTAT

- ☐ 10 sur 10 : tu es prêt pour la rentrée.
- ☐ 7 à 9 : refais les séances des questions manquées.
- ☐ moins de 7 : reprends les séances concernées dans l'ordre, une par jour, avant la rentrée.