

Cahier de vacances de la Toussaint

Six séances pour consolider les bases du début d'année : l'essentiel du cours, des méthodes, du calcul minute et des exercices

COMMENT UTILISER CE LIVRET

Six séances, une par jour, de 45 minutes à 1 heure. Chacune suit le même déroulé :

Étape	Durée	Ce que tu fais
1. L'essentiel	10 min	Lis les encadrés, puis recopie de mémoire les définitions et les règles au brouillon.
2. Calcul minute	5 min	Chronomètre-toi, sans calculatrice. Note ton score et ton temps.
3. Exercices	30 à 40 min	Dans l'ordre des étoiles : ★ vérifier le cours, ★★ l'appliquer, ★★★ raisonner et rédiger.
4. Correction	10 min	Avec le corrigé, en rouge. Recopie chaque erreur et sa correction.
5. Bilan	2 min	Coche ce que tu sais faire. Ce qui n'est pas coché sera repris le dernier jour.

Le programme des deux semaines

Jour	Séance	Thème
Semaine 1 · jour 1	1. Arithmétique : diviseurs et nombres premiers	Nombres et calculs
Semaine 1 · jour 2	2. Puissances et écriture scientifique	
Semaine 1 · jour 3	3. Calcul littéral : développer, factoriser, prouver	Calcul littéral et équations
Semaine 2 · jour 1	4. Équations	
Semaine 2 · jour 2	5. Pythagore et Thalès	Géométrie et fonctions
Semaine 2 · jour 3	6. Notion de fonction	
Semaine 2 · jour 4	Test de rentrée (20 min), puis reprise de toutes les cases « Je sais faire » non cochées.	

Les jours sans séance, refais un calcul minute déjà fait et essaie de battre ton temps : les automatismes se forment par la répétition, et ce sont eux qui font gagner du temps le jour du brevet.

LA RÈGLE D'OR : DES FICHES « MÉTHODE », PAS SEULEMENT DES FICHES « COURS »

À la fin de chaque séance, écris sur une petite fiche une méthode en trois étapes, avec un exemple. Une fiche « Cours » dit *ce qui est vrai* ; une fiche « Méthode » dit *quoi faire*, et c'est elle qu'on relit la veille d'un contrôle ou d'un brevet blanc.

1. Comment décomposer un nombre en produit de facteurs premiers ?
2. Comment écrire un nombre en écriture scientifique ?
3. Comment factoriser ?
4. Comment mettre un problème en équation ?
5. Comment choisir entre Pythagore et Thalès ?
6. Comment lire une image et un antécédent sur une courbe ?

La fiche 3 est entièrement rédigée pour toi à la séance 3 : sers-t'en de modèle pour les cinq autres.

1 Séance 1 — Arithmétique : diviseurs et nombres premiers

Objectif : décomposer un nombre en facteurs premiers et s'en servir pour simplifier une fraction ou résoudre un problème de partage.

MULTIPLES ET DIVISEURS

Si $a = b \times k$ avec k entier, on dit que a est un **multiple** de b , et que b est un **diviseur** de a (ou que a est **divisible** par b).

Exemple : $36 = 4 \times 9$, donc 36 est un multiple de 4, et 4 et 9 sont des diviseurs de 36.

NOMBRE PREMIER

Un nombre entier est **premier** s'il a **exactement deux diviseurs** : 1 et lui-même.

Les premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

1 n'est pas premier : il n'a qu'un seul diviseur.

Un nombre est divisible par...	si...	Exemple avec 1 260
2	son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8	oui, il se termine par 0
3	la somme de ses chiffres est un multiple de 3	$1 + 2 + 6 + 0 = 9$: oui
5	son chiffre des unités est 0 ou 5	oui
9	la somme de ses chiffres est un multiple de 9	9 : oui
10	son chiffre des unités est 0	oui

MÉTHODE — DÉCOMPOSER UN NOMBRE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

1. **Diviser** par le plus petit nombre premier possible (2, puis 3, puis 5, puis 7...), en utilisant les critères.
2. **Recommencer** avec le quotient, jusqu'à obtenir 1.
3. **Écrire** le nombre comme le produit de tous les diviseurs utilisés, avec des puissances.

Exemple : $360 \div 2 = 180$; $180 \div 2 = 90$; $90 \div 2 = 45$; $45 \div 3 = 15$; $15 \div 3 = 5$; $5 \div 5 = 1$. Donc $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

RENDRE UNE FRACTION IRRÉDUCTIBLE

On décompose le numérateur et le dénominateur, puis on simplifie par les facteurs communs :

$$\frac{84}{120} = \frac{2^2 \times 3 \times 7}{2^3 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}.$$

La fraction est **irréductible** : 7 et 10 n'ont plus aucun facteur premier commun.

LES PROBLÈMES DE PARTAGE

« Faire le **plus grand nombre de lots identiques** en utilisant tout » : le nombre de lots doit diviser chaque quantité. On cherche donc le **plus grand diviseur commun**, en multipliant les facteurs premiers communs aux deux décompositions. Pour 84 et 120 : $2^2 \times 3 = 12$.

TROIS PIÈGES

1 n'est pas premier, et **2 est premier** (c'est le seul nombre premier pair).

Un nombre impair n'est pas forcément premier : $9 = 3 \times 3$ et $51 = 3 \times 17$.

La somme des chiffres ne sert que pour 3 et 9, jamais pour 2, 5 ou 10.

AU BROUILLON : LE CRIBLE

Écris les nombres de 2 à 50 en cinq lignes de dix. Barre les multiples de 2 (sauf 2), puis ceux de 3 (sauf 3), de 5 et de 7. Les nombres qui restent sont les nombres premiers jusqu'à 50 : apprends-les par cœur, ils servent dans toutes les décompositions.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. 3 465 est-il divisible par 5 ?
2. 2 718 est-il divisible par 9 ?
3. 1 234 est-il divisible par 3 ?
4. Les diviseurs de 18 :
5. 51 est-il premier ?
6. 29 est-il premier ?
7. Décomposition de 12 :
8. Décomposition de 100 :
9. $\frac{15}{35}$ irréductible :
10. Plus grand diviseur commun de 12 et 18 :

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Les critères de divisibilité ★

Appliquer les critères sans poser de division.

Parmi les nombres 120 ; 225 ; 342 ; 1 005 et 4 311, lesquels sont divisibles par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ? Pour 3 et 9, justifie par la somme des chiffres.

Exercice 2 — Premier ou pas ? ★

Chercher un diviseur, ou prouver qu'il n'y en a pas.

Pour chaque nombre, dis s'il est premier. S'il ne l'est pas, écris-le comme un produit de deux entiers plus grands que 1 : 37 ; 39 ; 91 ; 97 ; 111 ; 2.

Exercice 3 — Décomposer et simplifier ★★

La méthode en trois étapes, puis la fraction irréductible.

- a. Décompose 252, 540 et 1 001 en produits de facteurs premiers.
- b. Déduis-en la forme irréductible de $\frac{252}{540}$.

Exercice 4 — Le plus grand nombre de sachets ★★★

Un problème de partage rédigé comme au brevet.

Pour une fête, on prépare des sachets de bonbons tous identiques, en utilisant les 84 bonbons au citron et les 126 bonbons à la fraise.

- a. Peut-on faire 14 sachets ? Si oui, combien de bonbons de chaque parfum contient chaque sachet ?
- b. Quel est le plus grand nombre de sachets que l'on peut faire ? Justifie avec les décompositions.
- c. Quelle est alors la composition d'un sachet ?

Exercice 5 — Toujours un multiple de 3 ★★★

Prouver pour tous les entiers, pas seulement sur des exemples.

On note n un nombre entier. Écris en fonction de n la somme de trois entiers consécutifs n , $n + 1$ et $n + 2$, puis démontre que cette somme est toujours un multiple de 3.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10 ;
- ☐ décomposer un nombre en produit de facteurs premiers ;
- ☐ rendre une fraction irréductible et trouver le plus grand nombre de lots identiques.

Pour aller plus loin : la fiche « Divisibilité et nombres premiers » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/divisibilite-nombres-premiers

2 Séance 2 — Puissances et écriture scientifique

Objectif : calculer avec les puissances de 10 sans hésiter et manipuler de très grands ou de très petits nombres.

DÉFINITIONS

Pour n entier positif : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs).

$a^0 = 1$ et, si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemples : $2^5 = 32$; $(-2)^3 = -8$; $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125$.

LES RÈGLES (MÊME BASE)

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ — on **additionne** les exposants

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ — on les **soustrait**

$(a^m)^n = a^{m \times n}$ — on les **multiplie**

LES PUISSANCES DE 10

10^n s'écrit avec un 1 suivi de n zéros : $10^4 = 10\,000$.

10^{-n} s'écrit avec n zéros en tout, celui des unités compris : $10^{-3} = 0,001$.

Exemple : $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2} = 0,01$.

Préfixes : kilo = 10^3 , méga = 10^6 , giga = 10^9 , téra = 10^{12} ;
milli = 10^{-3} , micro = 10^{-6} , nano = 10^{-9} .

ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

C'est l'écriture $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ (un seul chiffre non nul avant la virgule) et n entier relatif.

Exemples : $3\,400\,000 = 3,4 \times 10^6$; $0,000\,72 = 7,2 \times 10^{-4}$.

Ordre de grandeur : on arrondit a à l'unité. $3,8 \times 10^5 \approx 4 \times 10^5$.

MÉTHODE — ÉCRIRE UN NOMBRE EN ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

1. **Placer la virgule** juste après le premier chiffre non nul : c'est le nombre a .
2. **Compter** de combien de rangs la virgule s'est déplacée : c'est la valeur de l'exposant.
3. **Choisir le signe** : exposant positif si le nombre de départ est grand (au moins 10), négatif s'il est plus petit que 1.

Exemples : $45\,600 = 4,56 \times 10^4$ (4 rangs, nombre grand) ; $0,000\,72 = 7,2 \times 10^{-4}$ (4 rangs, nombre petit).

QUATRE PIÈGES

Le signe : $(-3)^2 = 9$, mais $-3^2 = -9$: sans parenthèses, le carré ne porte que sur 3.

Puissance n'est pas produit : $2^3 = 8$, et non $2 \times 3 = 6$.

Exposant négatif ne veut pas dire nombre négatif : $10^{-2} = 0,01 > 0$.

Pas encore scientifique : 25×10^3 n'est pas une écriture scientifique, car $25 \geq 10$. On écrit $2,5 \times 10^4$.

AU BROUILLON : L'ÉCHELLE DES PUISSANCES DE 10

Trace une longue flèche et place, de gauche à droite, 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 1, 10, 10^2 ... jusqu'à 10^6 , en écrivant sous chacune son écriture décimale. Chaque pas vers la droite multiplie par 10. Refais-la de mémoire deux jours plus tard.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $2^5 =$

2. $(-2)^3 =$

3. $10^4 =$

4. $10^{-3} =$

5. $10^5 \times 10^{-2} =$

6. $\frac{10^8}{10^3} =$

7. $(10^2)^3 =$

8. $5^0 =$

9. 0,004 5 en écriture scientifique :

10. 230 000 en écriture scientifique :

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Une seule puissance de 10 ★

Appliquer les règles avec la base 10.

Écris sous la forme 10^n :

a. $10^3 \times 10^5$

b. $\frac{10^7}{10^9}$

c. $(10^{-2})^3$

d. $10^4 \times 10^{-6} \times 10$

e. $\frac{10^5 \times 10^3}{10^{-2}}$

Exercice 2 — Écriture scientifique ★

La méthode en trois étapes.

Donne l'écriture scientifique de :

a. 52 000 000

b. 0,000 38

c. 725×10^3

d. $0,06 \times 10^{-5}$

Exercice 3 — Calculer et donner le résultat en écriture scientifique ★★

Regrouper les nombres d'un côté, les puissances de 10 de l'autre.

a. $A = (3 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-2})$

c. $C = (5 \times 10^{-3})^2$

b. $B = \frac{6 \times 10^8}{2 \times 10^3}$

d. $D = \frac{2,4 \times 10^7}{8 \times 10^{-2}}$

Exercice 4 — Des puissances dans un calcul ★★

Les priorités : les puissances d'abord.

Calcule, sans calculatrice :

a. $E = 2^3 + 3^2 - 4^0$

c. $G = 5 \times 10^2 + 3 \times 10^{-1}$

b. $F = (-3)^2 - 3^2$

d. $H = 2^{-3}$, en écriture décimale

Exercice 5 — Des ordres de grandeur ★★★

Calculer avec de très grands nombres.

- a. Un disque dur a une capacité de 2 To, soit 2×10^{12} octets. Une photo occupe 4 Mo, soit 4×10^6 octets. Combien de photos peut-on y stocker ? Donne le résultat en écriture scientifique, puis en écriture décimale.
- b. La lumière parcourt environ 3×10^8 m par seconde, et la distance entre la Terre et le Soleil est d'environ $1,5 \times 10^{11}$ m. Combien de temps la lumière du Soleil met-elle pour nous parvenir ? Donne le résultat en secondes, puis en minutes et secondes.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ utiliser les règles de calcul sur les puissances, en particulier de 10 ;
- ☐ écrire un nombre en écriture scientifique et donner un ordre de grandeur ;
- ☐ calculer un produit ou un quotient en écriture scientifique.

Pour aller plus loin : la fiche « Puissances et notation scientifique » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/puissances-notation-scientifique

3 Séance 3 — Calcul littéral : développer, factoriser, prouver

Objectif : développer et factoriser sans erreur de signe, et utiliser le calcul littéral pour démontrer.

DÉVELOPPER

Simple distributivité : $k(a + b) = ka + kb$

Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple : $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$.

LES IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

De gauche à droite, on **développe** ; de droite à gauche, on **factorise**.

FICHE MÉTHODE — COMMENT FACTORISER ?

Factoriser, c'est transformer une **somme** en **produit**. C'est l'opération inverse du développement : $k \times a + k \times b = k(a + b)$.

1. **Chercher un facteur commun** à tous les termes : un nombre, la lettre x , ou une parenthèse entière. On l'écrit devant, et on met entre crochets ce qui reste de chaque terme.
2. **S'il n'y en a pas**, reconnaître une **différence de deux carrés** $a^2 - b^2$, qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.
3. **Vérifier** en redéveloppant de tête, ou en remplaçant x par 1 dans l'expression de départ et dans le résultat : on doit trouver le même nombre.

Expression	Ce que je repère	Factorisation
$6x^2 - 9x$	facteur commun $3x$: $6x^2 = 3x \times 2x$ et $9x = 3x \times 3$	$3x(2x - 3)$
$(x + 1)(2x - 5) - (x + 1)(x + 4)$	facteur commun $(x + 1)$; attention au signe - devant la seconde parenthèse	$(x + 1)[(2x - 5) - (x + 4)] = (x + 1)(x - 9)$
$16x^2 - 25$	pas de facteur commun ; $(4x)^2 - 5^2$, avec $a = 4x$ et $b = 5$	$(4x - 5)(4x + 5)$
$(x + 2)^2 - 9$	$(x + 2)^2 - 3^2$, avec $a = x + 2$ et $b = 3$	$(x + 2 - 3)(x + 2 + 3) = (x - 1)(x + 5)$

Vérification de la ligne 2 avec $x = 1$: $(1 + 1)(2 - 5) - (1 + 1)(1 + 4) = -6 - 10 = -16$, et $(1 + 1)(1 - 9) = -16$. Les deux expressions sont bien égales en 1.

PROUVER QU'UNE EXPRESSION EST TOUJOURS ÉGALE À...

Des exemples ne suffisent pas : il faut un calcul **avec une lettre**, valable pour tous les nombres. On développe et on réduit, puis on conclut par une phrase.

Exemple : « Choisis un nombre, ajoute 3, multiplie par le nombre choisi diminué de 3, puis ajoute 9. » Avec x : $(x + 3)(x - 3) + 9 = x^2 - 9 + 9 = x^2$. **Le résultat est toujours le carré du nombre choisi.**

TROIS PIÈGES

Le carré d'une somme : $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$. Il manque le double produit $6x$: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Le signe moins devant une parenthèse : $-(x - 4) = -x + 4$: il change **tous** les signes.

Produit et somme : $3x \times 2x = 6x^2$, mais $3x + 2x = 5x$.

AU BROUILLON : LE TEST DU « $x = 1$ »

Après chaque développement ou factorisation, remplace x par 1 dans l'expression de départ et dans ton résultat. Si tu trouves deux nombres différents, il y a une erreur : cherche-la avant de passer à la suite. Par exemple, $(x + 2)(x + 5)$ donne $3 \times 6 = 18$, et $x^2 + 7x + 10$ donne $1 + 7 + 10 = 18$.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $4(x + 3) =$

2. $-2(3 - x) =$

3. $x(x - 5) =$

4. $(x + 2)(x + 3) =$

5. $(x + 4)^2 =$

6. $(x - 1)^2 =$

7. $(x - 6)(x + 6) =$

8. Factorise $7x + 21$:

9. Factorise $x^2 - 3x$:

10. Factorise $x^2 - 81$:

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Développer et réduire ★

Distributivité et identités remarquables.

a. $A = 3(2x - 5) - 4(x - 1)$

b. $B = (x - 3)(2x + 1)$

c. $C = (2x + 5)^2$

d. $D = (3x - 1)(3x + 1)$

Exercice 2 — Factoriser ★★

Suivre la fiche méthode, étape par étape.

a. $E = 12x - 18$

b. $F = 5x^2 + 10x$

c. $G = (x - 2)(3x + 1) + (x - 2)(x + 4)$

d. $H = 9x^2 - 49$

e. $K = (2x + 1)^2 - 16$

Exercice 3 — Deux chemins, un même résultat ★★★

Développer puis factoriser la même expression.

On pose $L = (x + 5)^2 - (x + 5)(x - 1)$.

a. Développe et réduis L.

b. Factorise L.

c. Vérifie que tes deux résultats sont égaux.

Exercice 4 — Un programme de calcul ★★★

Tester, conjecturer, puis démontrer.

Voici un programme : « Choisis un nombre. Ajoute 4. Multiplie le résultat par le nombre choisi. Ajoute 4. »

a. Applique-le à 3, puis à -5.

b. Quelle conjecture peux-tu faire ? (Pense aux carrés.)

c. Démonstre ta conjecture en appelant x le nombre choisi.

d. Sans refaire le programme, donne le résultat pour 10.

Exercice 5 — Toujours égale à $12x$ ★★★

Prouver une égalité, puis s'en servir pour calculer.

a. Démonstre que, pour tout nombre x , $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = 12x$.

b. Déduis-en, sans calculatrice, la valeur de $1003^2 - 997^2$.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ développer avec la double distributivité et les identités remarquables ;
- ☐ factoriser par un facteur commun ou avec $a^2 - b^2$;
- ☐ prouver qu'une expression est toujours égale à un résultat donné.

Pour aller plus loin : la fiche « Calcul littéral » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/calcul-litteral-factorisation

4 Séance 4 — Équations

Objectif : résoudre une équation du premier degré, une équation produit nul ou $x^2 = a$, et mettre un problème en équation.

ÉQUATION ET SOLUTION

Une **équation** est une égalité où figure un nombre inconnu, noté x . Une **solution** est une valeur de x qui rend l'égalité vraie. **Résoudre**, c'est trouver toutes les solutions.

On ne change pas les solutions en **ajoutant** ou en **soustrayant** un même nombre aux deux membres, ni en les **multipliant** ou en les **divisant** par un même nombre non nul.

EXEMPLE RÉDIGÉ

$$5x - 7 = 2x + 8$$

$5x - 2x = 8 + 7$ (on retire $2x$ et on ajoute 7 des deux côtés)

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

Vérification : $5 \times 5 - 7 = 18$ et $2 \times 5 + 8 = 18$. La solution est 5.

L'ÉQUATION PRODUIT NUL

Un produit est nul si et seulement si **l'un au moins de ses facteurs est nul** :

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0.$$

Exemple : $(2x - 6)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow 2x - 6 = 0$ ou $x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -4$.

L'ÉQUATION $x^2 = a$

Si $a > 0$: **deux solutions**, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$. Exemple : $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -5$; $x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$.

Si $a = 0$: une seule solution, 0.

Si $a < 0$: **aucune solution**, car un carré n'est jamais négatif. Exemple : $x^2 = -4$.

MÉTHODE — METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

1. **Choisir l'inconnue** et l'écrire en toutes lettres : « Soit x le prix d'un stylo, en euros. »
2. **Traduire** l'énoncé par une équation, en exprimant chaque quantité en fonction de x , puis la **résoudre**.
3. **Vérifier** avec les données de l'énoncé, et **répondre** à la question par une phrase, avec l'unité.

TROIS PIÈGES

Oublier une solution : $x^2 = 16$ a deux solutions, 4 et -4.

Le signe dans le produit nul : $(x - 3)(x + 2) = 0$ donne $x = 3$ ou $x = -2$, et non $x = -3$ ou $x = 2$.

Diviser au lieu de soustraire : $3x = 12$ donne $x = 12 \div 3 = 4$, et non $12 - 3 = 9$.

LA LIGNE DE VÉRIFICATION

Prends l'habitude d'écrire, à la fin de chaque équation, une ligne « Vérification » où tu remplaces x par ta solution dans chaque membre. Elle prend vingt secondes, elle attrape la plupart des erreurs de signe, et elle montre au correcteur que tu sais ce qu'est une solution.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $x + 7 = 3 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

2. $4x = 28 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

3. $-3x = 12 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

4. $\frac{x}{5} = 2 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

5. $2x + 1 = 9 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

6. $5 - x = 8 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

7. $3x - 2 = x + 6 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

8. $(x - 2)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

9. $x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

10. $x^2 = -9$: solutions ? $\dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Le premier degré ★

Développer, regrouper, diviser, vérifier.

a. $7x - 4 = 3x + 12$

b. $2(x - 3) = 5x + 9$

c. $4 - (x + 2) = 3x - 6$

d. $\frac{x}{3} + 1 = \frac{x}{2}$

Exercice 2 — Tester une valeur ★

Savoir ce qu'est une solution.

a. -2 est-il solution de $x^2 + 3x + 2 = 0$?

b. 3 est-il solution de $2x^2 - 5x = 3$?

c. 1 est-il solution de $x^2 + 3x + 2 = 0$?

Exercice 3 — Produit nul et carrés ★★

Choisir la bonne méthode.

a. $(x - 7)(2x + 3) = 0$

c. $x^2 = 49$

e. $2x^2 = 18$

b. $x(4x - 1) = 0$

d. $x^2 + 5 = 1$

f. $(x + 1)^2 - 16 = 0$ (factorise d'abord, comme à la séance 3)

Exercice 4 — Mettre en équation ★★

La méthode en trois étapes.

a. Dans une papeterie, un cahier coûte 2 € de plus qu'un stylo. Trois cahiers et quatre stylos coûtent 20 € en tout. Quel est le prix d'un stylo ? D'un cahier ?

b. La somme de trois nombres entiers consécutifs vaut 186. Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 5 — Un rectangle et un carré ★★★

Une équation qui se simplifie, et une qui n'a pas de solution.

Pour un nombre x positif, un rectangle mesure $x + 5$ cm de long et x cm de large ; un carré a pour côté $x + 2$ cm.

a. Pour quelle valeur de x ont-ils la même aire ? Donne alors cette aire.

b. Peuvent-ils avoir le même périmètre ? Justifie.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ résoudre une équation du premier degré et vérifier la solution ;
- ☐ résoudre une équation produit nul et une équation $x^2 = a$;
- ☐ mettre un problème en équation et répondre par une phrase.

Pour aller plus loin : la fiche « Calcul littéral » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/calcul-litteral-factorisation

5 Séance 5 — Pythagore et Thalès

Objectif : choisir le bon théorème, rédiger la phrase qui le cite, et calculer une longueur ou démontrer une propriété.

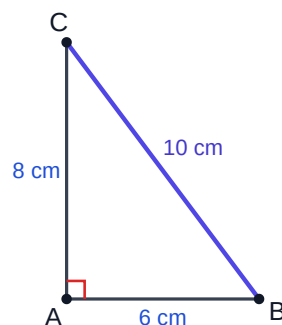
LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Si un triangle ABC est **rectangle en A**, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

[BC] est l'**hypoténuse** : le côté opposé à l'angle droit, et le plus long.

EXEMPLE RÉDIGÉ

Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.



$AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$.

LA RÉCIPROQUE, ET SA CONTRAPOSÉE

On calcule **séparément** le carré du plus grand côté et la somme des carrés des deux autres.

S'ils sont **égaux**, le triangle est rectangle (réciproque) : pour 5, 12 et 13, $13^2 = 169$ et $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, donc le triangle est rectangle.

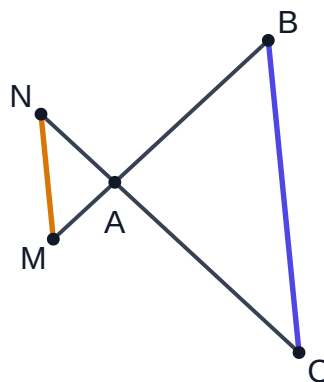
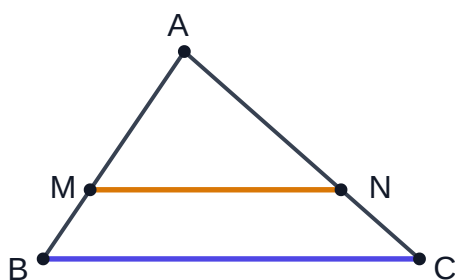
S'ils sont **différents**, il ne l'est pas : pour 6, 7 et 9, $9^2 = 81$ et $6^2 + 7^2 = 85$.

LE THÉORÈME DE THALÈS

Les droites (BM) et (CN) se coupent en A. Si $(MN) \parallel (BC)$, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

En haut, les longueurs du petit triangle AMN ; en bas, celles du grand triangle ABC, dans le même ordre.



À gauche, les triangles emboîtés ; à droite, la configuration « papillon ». Dans les deux cas, $(MN) \parallel (BC)$.

EXEMPLE — TRIANGLES EMBOÎTÉS

$AM = 4$, $AB = 6$, $AC = 7,5$ et $BC = 9$ (en cm). On a

$$\frac{4}{6} = \frac{AN}{7,5} = \frac{MN}{9}, \text{ donc } AN = 7,5 \times \frac{2}{3} = 5 \text{ cm et}$$

$$MN = 9 \times \frac{2}{3} = 6 \text{ cm.}$$

EXEMPLE — PAPILLON

$AM = 2$, $AB = 5$ et $BC = 7,5$ (en cm). On a $\frac{AM}{AB} =$

$$\frac{MN}{BC}, \text{ soit } \frac{2}{5} = \frac{MN}{7,5}, \text{ donc } MN = 7,5 \times \frac{2}{5} = 3 \text{ cm.}$$

LA RÉCIPROQUE DE THALÈS

Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont **alignés dans le même ordre**, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors **(MN) // (BC)**.

Exemple : AM = 3, AB = 7,5, AN = 2 et AC = 5. $\frac{3}{7,5} = 0,4$ et $\frac{2}{5} = 0,4$: les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

MÉTHODE — CHOISIR ENTRE PYTHAGORE ET THALÈS

1. **Repérer la donnée clé** : un **angle droit** conduit à Pythagore ; deux droites **parallèles** coupées par deux sécantes conduisent à Thalès.
2. **Écrire la phrase** qui cite le théorème avec ses hypothèses : « Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore... » ou « Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et (MN) // (BC), donc d'après le théorème de Thalès... ».
3. **Écrire l'égalité**, remplacer par les valeurs, calculer, et conclure avec l'unité.

TROIS PIÈGES

L'hypoténuse est toujours seule d'un côté de l'égalité : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, jamais $AB^2 = BC^2 + AC^2$ quand l'angle droit est en A.

Les rapports de Thalès : petit triangle en haut, grand en bas, et les côtés **correspondants** l'un sous l'autre. AM correspond à AB, pas à MB.

Sans parallèles, pas de Thalès : il faut que l'énoncé les donne, ou les démontrer.

AU BROUILLON : DEUX COULEURS

Avant tout calcul de Thalès, repasse le petit triangle en orange et le grand en bleu, puis écris leurs sommets l'un sous l'autre : A M N au-dessus de A B C. Les trois rapports se lisent alors colonne par colonne.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $3^2 + 4^2 =$
2. $\sqrt{6^2 + 8^2} =$
3. $\sqrt{144} =$
4. $13^2 - 12^2 =$
5. ABC rectangle en A : l'hypoténuse est
6. Côtés 5, 12, 13 : rectangle ?
7. Côtés 4, 5, 6 : rectangle ?
8. $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ et BC = 12 : MN = ...
9. $\frac{2}{5} = \frac{AN}{10}$: AN = ...
10. $\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$: x = ...

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Calculer une longueur avec Pythagore ★

Repérer l'hypoténuse avant de calculer.

- a. RST est rectangle en S, avec RS = 9 cm et ST = 12 cm. Calcule RT.
- b. EFG est rectangle en E, avec FG = 17 cm et EF = 8 cm. Calcule EG.
- c. KLM est rectangle en K, avec KL = 5 cm et KM = 7 cm. Calcule LM, en valeur exacte puis arrondie au dixième.

Exercice 2 — Rectangle ou pas ? ★★

La réciproque et la contraposée.

Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Si oui, précise en quel sommet.

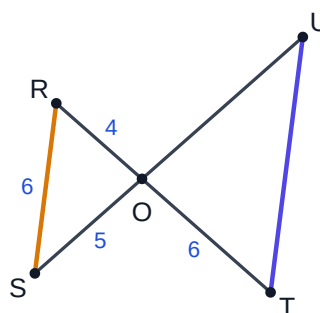
- a. IJK avec IJ = 20 cm, JK = 21 cm et IK = 29 cm.
- b. PQR avec PQ = 7 cm, QR = 9 cm et PR = 11 cm.
- c. UVW avec UV = 2,5 cm, VW = 6 cm et UW = 6,5 cm.

Exercice 3 — Un papillon ★★

Thalès dans la configuration croisée.

Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, les droites (RT) et (SU) se coupent en O, et (RS) // (TU). On donne $OR = 4$ cm, $OS = 5$ cm, $RS = 6$ cm et $OT = 6$ cm.

- Écris l'égalité des rapports.
- Calcule OU et TU.



Exercice 4 — Parallèles ou pas ? ★★

La réciproque de Thalès.

Dans chaque cas, les points A, M, B sont alignés, ainsi que A, N, C, dans le même ordre. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

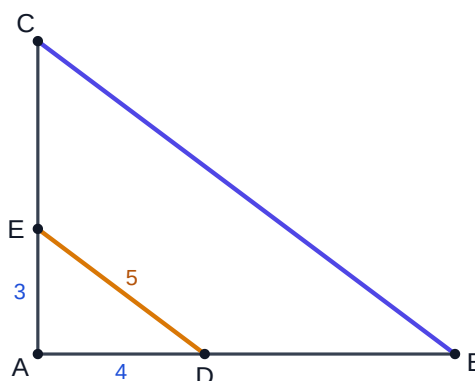
- $AM = 2,4$ cm, $AB = 6$ cm, $AN = 3$ cm et $AC = 7,5$ cm.
- $AM = 3$ cm, $AB = 8$ cm, $AN = 4$ cm et $AC = 10$ cm.

Exercice 5 — Les deux théorèmes dans la même figure ★★★

Enchaîner Pythagore (réciproque) et Thalès, comme au brevet.

Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, les points A, D, B sont alignés, ainsi que A, E, C. On donne $AD = 4$ cm, $AE = 3$ cm, $DE = 5$ cm, $AB = 10$ cm, et $(DE) \parallel (BC)$.

- Démontre que le triangle ADE est rectangle en A.
- Calcule AC et BC.
- Calcule l'aire du triangle ABC.



JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer une longueur avec le théorème de Pythagore, et prouver qu'un triangle est rectangle ou non ;
- ☐ calculer une longueur avec le théorème de Thalès, dans les deux configurations ;
- ☐ prouver que deux droites sont parallèles avec la réciproque de Thalès.

Pour aller plus loin : la fiche « Théorème de Pythagore » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/theoreme-de-pythagore et la fiche « Théorème de Thalès » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/theoreme-de-thales

6 Séance 6 — Notion de fonction

Objectif : passer sans hésiter entre une formule, un tableau de valeurs et une courbe, et ne jamais confondre image et antécédent.

FONCTION, IMAGE, ANTÉCÉDENT

Une **fonction** f associe à chaque nombre x **un seul** nombre, noté $f(x)$. On note $f : x \mapsto f(x)$.

$f(x)$ est l'**image** de x par f . Si $f(a) = b$, on dit aussi que a est un **antécédent** de b .

Un nombre a **une seule image**, mais il peut avoir **zéro, un ou plusieurs antécédents**.

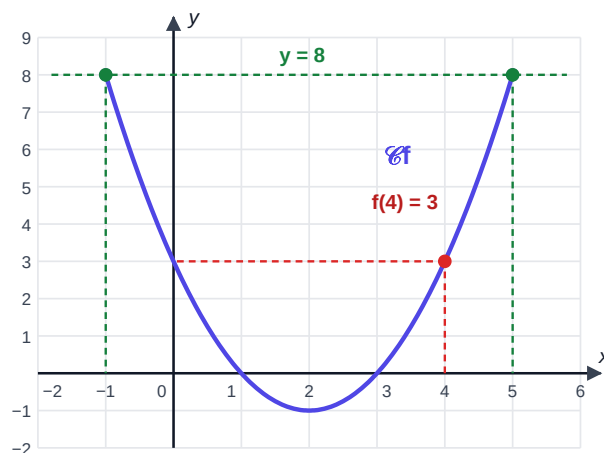
UNE FONCTION, TROIS FAÇONS DE LA DONNER

Par une formule : $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Ainsi $f(4) = 16 - 16 + 3 = 3$.

Par un tableau de valeurs :

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	8	3	0	-1	0	3	8

Par une courbe : l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$, ci-contre.



La courbe de f sur $[-1 ; 5]$. En rouge, la lecture de l'image de 4 ; en vert, celle des antécédents de 8.

LIRE SUR LA COURBE

L'image de 4 : on part de 4 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe, on lit l'ordonnée : $f(4) = 3$.

Les antécédents de 8 : on part de 8 sur l'axe des ordonnées, on trace la droite horizontale, on lit les abscisses des points de la courbe : -1 et 5.

MÉTHODE — LIRE UNE IMAGE ET UN ANTÉCÉDENT SUR UNE COURBE

1. **Se demander quel axe** porte le nombre donné : une image se cherche à partir d'un x (axe horizontal), un antécédent à partir d'un y (axe vertical).
2. **Tracer les pointillés** : vertical puis horizontal pour une image ; horizontal sur toute la largeur, puis vertical, pour un antécédent.
3. **Lire et conclure** par une phrase : « l'image de 4 est 3 » ; « 8 a deux antécédents, -1 et 5 ». Si la lecture n'est pas sur un nœud du quadrillage, écris « environ ».

TROIS PIÈGES

Le sens : $f(2) = -1$ veut dire que l'image de 2 est -1, et que 2 est un antécédent de -1 — pas l'inverse.

« **L'antécédent** » : ne l'écris pas, il peut y en avoir plusieurs. Ici, 0 a deux antécédents, 1 et 3, et -2 n'en a aucun.

$f(x)$ n'est pas une multiplication : $f(4)$ se lit « f de 4 », c'est l'image de 4.

AU BROUILLON : LES POINTILLÉS AU CRAYON

Pour chaque lecture des exercices, trace réellement les pointillés sur la figure, au crayon à papier. Pour un antécédent, prolonge la droite horizontale d'un bord à l'autre du graphique : c'est ainsi qu'on ne rate aucune solution.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $g(x) = 2x - 5$: $g(0) =$

2. $g(3) =$

3. $g(-2) =$

4. Antécédent de 7 par g :

5. $f(x) = x^2 - 4x + 3$: $f(0) =$

6. $f(2) =$

7. $f(-1) =$

8. Image de 5 par f (tableau) :

9. Antécédents de 0 par f (tableau) :

10. $f(10) =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Le vocabulaire ★

Traduire une égalité en phrases.

Une fonction h vérifie $h(2) = 5$, $h(-1) = 0$ et $h(5) = 2$.

- Quelle est l'image de 2 par h ?
- Donne un antécédent de 0 par h .
- Complète la phrase : « 5 est ... de 2 par h ».
- Traduis $h(5) = 2$ par deux phrases, l'une avec le mot « image », l'autre avec le mot « antécédent ».

Exercice 2 — Un tableau de valeurs ★

De la formule au tableau.

Soit p la fonction définie par $p(x) = 3x^2 - 2$.

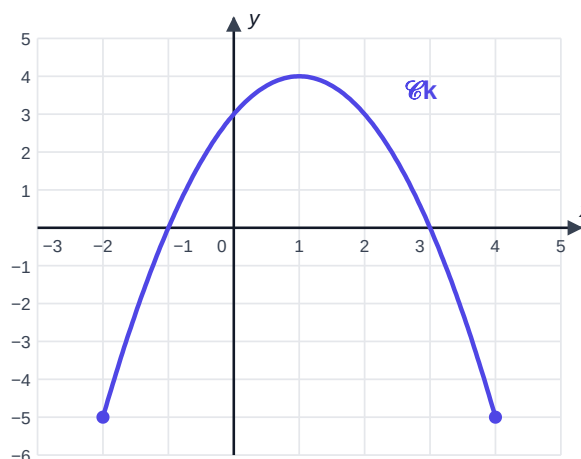
- Recopie et complète le tableau de valeurs pour $x = -2$; -1 ; 0 ; 1 ; 2 .
- Lis dans ton tableau les antécédents de 1.
- Calcule l'image de 1,5.

Exercice 3 — Lecture graphique ★★

Images et antécédents sur une courbe.

Voici la courbe d'une fonction k définie sur $[-2 ; 4]$.

- Lis les images de 0, de 1 et de 4.
- Lis les antécédents de 3, de 0, de 4 et de 5.
- On sait que $k(x) = -x^2 + 2x + 3$. Vérifie par le calcul l'une de tes lectures de b).



Exercice 4 — Une formule à partir d'une situation ★★

Modéliser par une fonction.

Une médiathèque propose un abonnement à 12 € par an, plus 1,50 € par emprunt. On note $m(x)$ le prix payé dans l'année pour x emprunts.

- Exprime $m(x)$ en fonction de x .
- Calcule $m(10)$, et interprète le résultat par une phrase.
- Combien d'emprunts a fait une personne qui a payé 39 € ? Quel nombre as-tu cherché : une image ou un antécédent ?

Exercice 5 — Le graphique et le calcul ★★★

Confirmer une lecture par une équation.

On reprend la fonction f du cours : $f(x) = x^2 - 4x + 3$, et sa courbe.

- Lis sur la courbe les antécédents de 3. Démontre ensuite le résultat en résolvant $f(x) = 3$: factorise, puis utilise l'équation produit nul.
- Vérifie que $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ pour tout x . Explique pourquoi -2 n'a aucun antécédent par f .

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer une image avec une formule et dresser un tableau de valeurs ;
- ☐ lire une image et des antécédents sur une courbe, sans confondre les axes ;
- ☐ traduire une situation par une formule et utiliser le vocabulaire « image » et « antécédent ».

Pour aller plus loin : la fiche « Fonctions linéaires et affines » sur progressschool.fr/reviser/maths/3eme/fonctions-lineaires-affines

Test de rentrée — 20 minutes, sans calculatrice

Fais-le le dernier jour, d'une traite. Chaque question renvoie à une séance : si tu te trompes, refais les exercices ★★ de cette séance.

N°	Question	Séance
1	Décompose 180 en produit de facteurs premiers.	1
2	Avec 90 billes rouges et 126 billes bleues, on veut faire le plus grand nombre de sachets identiques, en utilisant toutes les billes. Combien de sachets ? Que contient chacun ?	1
3	Écris 0,000 64 en écriture scientifique, puis donne l'écriture scientifique de $(6 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-2})$.	2
4	Développe et réduis $(2x - 3)^2 - 4x^2$.	3
5	Factorise $25x^2 - 1$.	3
6	Résous $5x - 4 = 2x + 11$.	4
7	Résous $(x + 6)(3x - 12) = 0$, puis $x^2 = 81$.	4
8	ABC est rectangle en B, avec AB = 7 cm et BC = 24 cm. Calcule AC.	5
9	M ∈ [AB], N ∈ [AC] et (MN) // (BC), avec AM = 2 cm, AB = 5 cm et BC = 7,5 cm. Calcule MN.	5
10	$f(x) = 2x^2 - 3$. Calcule l'image de -2, puis trouve les antécédents de 15.	6

MON RÉSULTAT

- ☐ 10 sur 10 : tu es prêt pour la suite de l'année et pour le brevet blanc.
- ☐ 7 à 9 : refais les séances des questions manquées.
- ☐ moins de 7 : reprends les séances concernées dans l'ordre, une par jour, avant la rentrée.