

Cahier de vacances de la Toussaint — Corrigé

Le corrigé de toutes les séances : calcul minute, exercices rédigés comme sur une copie, et les erreurs à éviter

Corrige en rouge, puis recopie chaque erreur et sa correction : c'est là que se trouvent les points à gagner au prochain contrôle.

Séance 1 — Les relatifs : les quatre opérations

Calcul minute

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1. 42 | 6. 1 (quatre facteurs négatifs) |
| 2. -40 | 7. -12 |
| 3. -8 | 8. -5 |
| 4. 4 | 9. $-3 + 8 = 5$ |
| 5. -30 (trois facteurs négatifs) | 10. $2 + (-12) = -10$ |

Exercice 1 — La règle des signes

- signes contraires : **-36**
- même signe : **60**
- signes contraires : **-7**
- même signe : **9**
- signes contraires : **-3**
- même signe : **9**

Exercice 2 — Le signe sans calculer

- Trois facteurs négatifs : A est négatif. $3 \times 7 \times 2 \times 5 = 210$, donc A = **-210**.
- Cinq facteurs négatifs : B est négatif. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$, donc B = **-120**.
- Quatre facteurs négatifs : C est positif. $2 \times 5 \times 10 \times 0,1 = 10$, donc C = **10**.

Erreur fréquente : compter le signe deux par deux et se perdre. Compte seulement les facteurs négatifs : pair, c'est +, impair, c'est -.

Exercice 3 — Les priorités

- $D = -5 + (-12) = \mathbf{-17}$
- $E = (-1) \times (-3) = \mathbf{3}$
- $F = -6 - (-14) = -6 + 14 = \mathbf{8}$
- $G = -2 \times [3 - (-8)] = -2 \times [3 + 8] = -2 \times 11 = \mathbf{-22}$
- $H = (-10) \div (-5) + 6 = 2 + 6 = \mathbf{8}$

Erreur fréquente : en D, calculer d'abord $-5 + 4 = -1$. La multiplication passe avant l'addition : D et E n'ont pas le même résultat.

Exercice 4 — Les nombres manquants

- $(-6) \times \mathbf{(-7)} = 42$: même signe pour obtenir un résultat positif.
- $\mathbf{-36} \div (-4) = 9$: on calcule $9 \times (-4)$.
- $(-3) \times \mathbf{(-5)} \times 2 = 30$: il faut un nombre pair de facteurs négatifs, et $3 \times 5 \times 2 = 30$.

Exercice 5 — Températures

a. $-4 + 3 \times (-2) + 5 \times 3 = -4 + (-6) + 15 = \mathbf{5\text{ }^{\circ}\text{C}}$.

b. Somme : $-3 + 2 + (-5) + (-1) + (-8) = -15$. Moyenne : $(-15) \div 5 = \mathbf{-3\text{ }^{\circ}\text{C}}$.

Erreur fréquente : diviser par 5 sans garder le signe : la somme est négative, la moyenne aussi.

Exercice 6 — Vrai ou faux ?

a. **Vrai** : sept facteurs négatifs, c'est un nombre impair, donc le produit est négatif.

b. **Faux** : $(-2) \times (-3) = 6$ est positif, alors que -2 et -3 sont négatifs. Un contre-exemple suffit.

c. **Faux** : $-3 - (-8) = -3 + 8 = 5$, qui est positif.

d. **Vrai** : $(-5) \div (-5) = 1$ et $(-5) \times (-5) = 25$, puis $1 + 25 = 26$.

Séance 2 — Les fractions : les quatre opérations

Calcul minute

1. $\frac{2}{3}$

2. $\frac{3}{4}$

3. $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$

4. $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

5. 6

6. $\frac{1}{2} \times 4 = 2$

7. $\frac{7}{5}$

8. $\frac{2}{3}$

9. $\frac{5}{8}$

10. $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

Exercice 1 — Simplifier

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} ; \frac{35}{63} = \frac{35 \div 7}{63 \div 7} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}} ; \frac{120}{150} = \frac{120 \div 30}{150 \div 30} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} ; \frac{-28}{42} = \frac{-28 \div 14}{42 \div 14} = \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{3}} .$$

Exercice 2 — Additionner et soustraire

a. $A = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{8}}$

b. $B = \frac{21}{18} - \frac{4}{18} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{18}}$

c. $C = \frac{6}{3} - \frac{5}{3} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

d. $D = \frac{-9}{30} + \frac{14}{30} = \frac{5}{30} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$

Erreur fréquente : en B, prendre $54 = 6 \times 9$ comme dénominateur commun : c'est juste, mais les nombres grossissent. Le plus petit multiple commun de 6 et 9 est 18.

Exercice 3 — Multiplier et diviser

$$\text{a. } E = \frac{6 \times 14}{35 \times 9} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 3} = \frac{4}{15}$$

$$\text{b. } F = \frac{-5 \times 18}{12 \times 25} = \frac{-90}{300} = \frac{-3}{10}$$

$$\text{c. } G = \frac{7}{4} \times \frac{8}{21} = \frac{56}{84} = \frac{2}{3}$$

$$\text{d. } H = 5 \times \frac{4}{15} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

Erreur fréquente : en G, multiplier par $\frac{21}{8}$ au lieu de son inverse $\frac{8}{21}$. Diviser, c'est multiplier par l'inverse.

Exercice 4 — Enchaînements

$$\text{a. } I = \frac{1}{3} + \frac{18}{12} = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{2}{6} + \frac{9}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\text{b. } J = \left(\frac{5}{10} - \frac{2}{10} \right) \div \frac{3}{10} = \frac{3}{10} \div \frac{3}{10} = 1$$

$$\text{c. } K = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$$

Erreur fréquente : en I, calculer d'abord $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$. La multiplication est prioritaire.

Exercice 5 — Le jardin partagé

$$\text{a. } 1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15} \text{ du jardin.}$$

$$\text{b. } \ll \text{Les } \frac{3}{4} \text{ de} \gg \text{ se traduit par une multiplication : } \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ du jardin.}$$

$$\text{c. } \frac{4}{15} \times 450 = \frac{4 \times 450}{15} = 4 \times 30 = 120 \text{ m}^2. \text{ Vérification : } 180 \text{ m}^2 \text{ de légumes} + 150 \text{ m}^2 \text{ de fleurs} + 120 \text{ m}^2 = 450 \text{ m}^2.$$

Séance 3 — Les puissances

Calcul minute

- | | |
|-------|------------|
| 1. 16 | 6. 100 000 |
| 2. 27 | 7. 0,01 |
| 3. -8 | 8. 10^7 |
| 4. 1 | 9. 10^3 |
| 5. 1 | 10. 2 500 |

Exercice 1 — Calculer des puissances

- a. $4 \times 4 \times 4 = 64$
- b. $(-5) \times (-5) = 25$
- c. $-(5 \times 5) = -25$
- d. cinq facteurs négatifs : -32
- e. $0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,001$
- f. $\frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$

Erreur fréquente : en c), répondre 25. Sans parenthèses, la puissance ne porte que sur 5 : on calcule $5^2 = 25$, puis on garde le signe moins.

Exercice 2 — Les puissances de 10

- a. **1 000 000**
- b. **0,000 1**
- c. **0,007**
- d. **420 000**
- e. $10^{7+(-3)} = 10^4$
- f. $10^{2-6} = 10^{-4}$
- g. $10^{3 \times 2} = 10^6$

Exercice 3 — Écriture scientifique

- a. **$5,2 \times 10^4$**
- b. **$8,7 \times 10^{-4}$**
- c. $345 \times 10^2 = 34\,500 = 3,45 \times 10^4$
- d. $0,06 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-5}$

Erreur fréquente : en c), écrire $3,45 \times 10^2$ en oubliant que l'on a aussi déplacé la virgule de 345 : $345 = 3,45 \times 10^2$, donc $345 \times 10^2 = 3,45 \times 10^4$.

Exercice 4 — Les préfixes

- a. $4,5 \text{ km} = 4,5 \times 1\,000 \text{ m} = 4\,500 \text{ m} = 4,5 \times 10^3 \text{ m}$
- b. $250 \text{ mg} = 250 \times 0,001 \text{ g} = 0,25 \text{ g} = 2,5 \times 10^{-1} \text{ g}$
- c. $20 \text{ }\mu\text{m} = 20 \times 10^{-6} \text{ m} = 2 \times 10 \times 10^{-6} \text{ m} = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$
- d. $3 \text{ Go} = 3 \times 10^9 \text{ octets} = 3\,000\,000\,000 \text{ octets}$

Exercice 5 — Ordres de grandeur

- a. $\frac{1,5 \times 10^8}{3 \times 10^5} = \frac{1,5}{3} \times 10^{8-5} = 0,5 \times 10^3 = 500 \text{ s}$, soit $480 \text{ s} + 20 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}$.
- b. $10^{-4} \times 5 \times 10^3 = 5 \times 10^{-1} \text{ m} = 0,5 \text{ m}$, soit 50 cm.

Erreur fréquente : en a), écrire $0,5 \times 10^3$ comme résultat final : ce n'est pas une écriture scientifique. Ici, on demandait des secondes : 500 s.

Séance 4 — Le calcul littéral

Calcul minute

1. $7x$

2. $12x$

3. x^2

4. $3x$

5. $5x + 10$

6. $-2x + 6$

7. $3 \times (-1) - 2 = -5$

8. $(-4)^2 = 16$

9. $7(x + 2)$

10. $6x + 2$

Exercice 1 — Substituer

Pour $x = 2$: $A = 5 \times 2 - 3 = 7$; $B = 2 \times 2^2 + 2 = 8 + 2 = 10$; $C = (2 - 1)(2 + 4) = 1 \times 6 = 6$.

Pour $x = -3$: $A = 5 \times (-3) - 3 = -18$; $B = 2 \times (-3)^2 + (-3) = 18 - 3 = 15$; $C = (-3 - 1)(-3 + 4) = (-4) \times 1 = -4$.

Erreur fréquente : calculer $2 \times (-3)^2$ comme $(2 \times (-3))^2 = 36$. La puissance passe avant la multiplication : $(-3)^2 = 9$, puis $2 \times 9 = 18$.

Exercice 2 — Réduire

a. $D = 4x - 6x + 7 + 2 = -2x + 9$

b. $E = 3x^2 + x^2 - 5x + 8x = 4x^2 + 3x$

c. $F = 6x - 4x + 5 = 2x + 5$

d. $G = 2x + x^2 = x^2 + 2x$

Erreur fréquente : en G, écrire $x + x = x^2$. On ajoute deux x : $2x$. C'est $x \times x$ qui donne x^2 .

Exercice 3 — Développer et réduire

a. $H = 10x + 15 - 7 = 10x + 8$

b. $I = -12 + 8x + 3x = 11x - 12$

c. $J = 2x - 8 - 3x - 3 = -x - 11$

d. $K = x^2 + 6x - 2x = x^2 + 4x$

Erreur fréquente : en J, écrire $-3(x + 1) = -3x + 3$. On distribue -3 aux deux termes : $-3 \times 1 = -3$. Vérifie avec $x = 1$: $J = 2 \times (-3) - 3 \times 2 = -12$, et $-1 - 11 = -12$.

Exercice 4 — Factoriser

a. $4(2x + 3)$

b. $5(3x - 2)$

c. $x(x - 9)$

d. $3x(2x + 1)$

Erreur fréquente : en d), s'arrêter à $3(2x^2 + x)$: on peut encore mettre x en facteur. Le plus grand facteur commun est $3x$.

Exercice 5 — Un programme de calcul

- a. $5 \rightarrow 8 \rightarrow 32 \rightarrow 32 - 20 = 12$; $-2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 4 - (-8) = 12$. On obtient 12 les deux fois.
- b. Résultat : $4(x + 3) - 4x = 4x + 12 - 4x = 12$. Le programme donne 12 quel que soit le nombre de départ.
- c. **Non** : pour $x = 0$, $2(0 + 5) = 10$ et $2 \times 0 + 5 = 5$. Un contre-exemple suffit.
- d. Pour $x = 3$: $3 \times 3 + 4 = 13$ et $5 \times 3 - 2 = 13$, **vraie**. Pour $x = 2$: 10 et 8, **fausse**.

Erreur fréquente : en b), tester encore d'autres nombres : des exemples ne prouvent rien pour tous les nombres. Seul le calcul avec x le prouve.

Séance 5 — Le théorème de Pythagore

Calcul minute

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| 1. $9 + 16 = 25$ | 6. 8 |
| 2. 5 | 7. $144 + 25 = 169$ |
| 3. 169 | 8. 7 |
| 4. 12 | 9. $\sqrt{100} = 10$ |
| 5. $100 - 36 = 64$ | 10. $\sqrt{25 - 16} = 3$ |

Exercice 1 — Écrire l'égalité de Pythagore

- a. MNP rectangle en N : hypoténuse [MP], **$MP^2 = MN^2 + NP^2$**
- b. EFG rectangle en G : hypoténuse [EF], **$EF^2 = GE^2 + GF^2$**
- c. IJK rectangle en I : hypoténuse [JK], **$JK^2 = IJ^2 + IK^2$**

Exercice 2 — Calculer l'hypoténuse

- a. ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 81 + 144 = 225$, donc $AC = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$.
- b. LMN est rectangle en M : $LN^2 = ML^2 + MN^2 = 25 + 49 = 74$, donc $LN = \sqrt{74} \text{ cm} \approx 8,6 \text{ cm}$.

Exercice 3 — Calculer un côté de l'angle droit

- a. RST est rectangle en S, d'hypoténuse [RT] : $RT^2 = SR^2 + ST^2$, donc $ST^2 = 289 - 64 = 225$ et $ST = 15 \text{ cm}$.
- b. UVW est rectangle en V, d'hypoténuse [UW] : $VW^2 = UW^2 - UV^2 = 81 - 16 = 65$, donc $VW = \sqrt{65} \text{ cm} \approx 8,1 \text{ cm}$.

Erreur fréquente : ajouter les carrés : $289 + 64 = 353$ donnerait $ST \approx 18,8 \text{ cm}$, plus long que l'hypoténuse. C'est impossible : l'hypoténuse est le plus grand côté.

Exercice 4 — La diagonale d'un carré

La diagonale coupe le carré en deux triangles rectangles isocèles. $\text{Diagonale}^2 = 5^2 + 5^2 = 50$, donc diagonale = $\sqrt{50} \text{ cm} \approx 7,1 \text{ cm}$ (7,07... arrondi au millimètre).

Exercice 5 — Deux triangles dans un triangle

- a. ABH est rectangle en H : $AB^2 = AH^2 + HB^2 = 144 + 81 = 225$, donc $AB = 15 \text{ cm}$. ACH est rectangle en H : $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 144 + 256 = 400$, donc $AC = 20 \text{ cm}$.
- b. $BC = 9 + 16 = 25 \text{ cm}$. $BC^2 = 625$ et $AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$: les deux sont égaux. On peut supposer que **ABC est rectangle en A** ; la réciproque de la séance 6 le démontre.

Erreur fréquente : utiliser le triangle ABC pour calculer AB : on ne sait pas encore qu'il est rectangle. On utilise un triangle où l'angle droit est connu, ABH.

Séance 6 — Réciproque de Pythagore et problèmes

Calcul minute

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1. oui : $9 + 16 = 25$ | 6. 2,25 |
| 2. $25 + 36 = 61$ | 7. oui : $81 + 144 = 225$ |
| 3. oui : $36 + 64 = 100$ | 8. oui : $64 + 225 = 289$ |
| 4. non : $4 + 9 = 13 \neq 16$ | 9. non : $25 + 49 = 74 \neq 81$ |
| 5. 0,25 | 10. en A, face à [BC] |

Exercice 1 — Rectangle ou pas ?

- a. Plus grand côté [MP] : $MP^2 = 841$; $MN^2 + NP^2 = 400 + 441 = 841$. Égalité : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **MNP est rectangle en N**.
- b. Plus grand côté [KM] : $KM^2 = 121$; $KL^2 + LM^2 = 49 + 64 = 113$. $121 \neq 113$: d'après la contraposée, **KLM n'est pas rectangle**.
- c. Plus grand côté [RT] : $RT^2 = 56,25$; $RS^2 + ST^2 = 20,25 + 36 = 56,25$. D'après la réciproque, **RST est rectangle en S**.
- d. Plus grand côté [YZ] : $YZ^2 = 169$; $XY^2 + XZ^2 = 144 + 36 = 180$. $169 \neq 180$: d'après la contraposée, **XYZ n'est pas rectangle**.

Erreur fréquente : en d), prendre $XY = 12$ comme « hypoténuse » parce qu'il est écrit en premier. On compare toujours le carré du plus grand côté, ici $YZ = 13$.

Exercice 2 — Des cadres bien d'équerre ?

- a. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. $100^2 = 10\,000$ et $60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$: d'après la réciproque, **les angles sont droits**.
- b. $76^2 = 5\,776$ et $45^2 + 60^2 = 2\,025 + 3\,600 = 5\,625$. $5\,776 \neq 5\,625$: d'après la contraposée, **les angles ne sont pas droits**. Il aurait fallu mesurer $\sqrt{5\,625} = 75 \text{ cm}$.

Erreur fréquente : comparer des longueurs exprimées dans des unités différentes : convertis 1 m en 100 cm avant de calculer.

Exercice 3 — L'échelle contre le mur

- a. Le mur est perpendiculaire au sol : le triangle est rectangle au pied du mur, et l'échelle est l'hypoténuse. $h^2 = 5^2 - 1,4^2 = 25 - 1,96 = 23,04$, donc $h = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ m}$.
- b. $h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$, donc $h = 4 \text{ m}$. En reculant le pied, l'échelle monte moins haut.

Exercice 4 — La diagonale d'un écran

a. $d^2 = 64^2 + 36^2 = 4\,096 + 1\,296 = 5\,392$, donc $d = \sqrt{5\,392} \text{ cm} \approx \mathbf{73,4 \text{ cm}}$.

b. $73,43... \div 2,54 \approx \mathbf{28,9 \text{ pouces}}$.

Erreur fréquente : diviser la valeur déjà arrondie : on garde la valeur de la calculatrice et on n'arrondit qu'à la fin.

Exercice 5 — Une figure à deux triangles

a. ABD est rectangle en A : $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BD = \mathbf{10 \text{ cm}}$.

b. Dans BCD, le plus grand côté est [BC] : $BC^2 = 26^2 = 676$; $BD^2 + DC^2 = 100 + 576 = 676$. Égalité : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **BCD est rectangle en D**.

c. Aire de ABD : $\frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$. Aire de BCD : $\frac{10 \times 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$. Aire de ABCD = **144 cm²**.

Erreur fréquente : calculer l'aire de BCD avec BC : les côtés de l'angle droit sont [DB] et [DC], c'est avec eux qu'on calcule l'aire d'un triangle rectangle.

Test de rentrée — corrigé

N°	Réponse	Si c'est faux
1	Trois facteurs négatifs : -40 ; $-3 + (-10) = \mathbf{-13}$	séance 1
2	$7 - (-6) = 7 + 6 = \mathbf{13}$	séance 1
3	$\frac{20}{24} - \frac{9}{24} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{24}}$	séance 2
4	$\frac{4}{9} \times \frac{15}{8} = \frac{60}{72} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}$	séance 2
5	16 ; -16 ; 0,001	séance 3
6	$4,5 \times 10^{-4}$; $2,3 \times 10^6$	séance 3
7	$6x - 12 - 5x + 5 = \mathbf{x - 7}$	séance 4
8	$2 \times 4 - 3 \times (-2) = 8 + 6 = \mathbf{14}$	séance 4
9	$BC^2 = 25 + 144 = 169$, donc $BC = \mathbf{13 \text{ cm}}$	séance 5
10	$16^2 = 256$ et $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$; $256 \neq 225$, donc d'après la contraposée, il n'est pas rectangle	séance 6