

Cahier de vacances de la Toussaint

Six séances pour consolider les bases du début d'année

COMMENT UTILISER CE LIVRET

Six séances, une par jour, de 45 minutes à 1 heure. Chaque séance se déroule toujours de la même façon :

Étape	Durée	Ce que tu fais
1. L'essentiel	10 min	Lis les encadrés et les exemples. Puis, au brouillon, recopie les règles de mémoire.
2. Calcul minute	5 min	Chronomètre-toi, sans calculatrice. Note ton score et ton temps.
3. Exercices	30 à 40 min	Dans l'ordre des étoiles : ★ je vérifie le cours, ★★ je l'applique, ★★★ je réfléchis.
4. Correction	10 min	Avec le corrigé, en rouge. Recopie chaque erreur et sa correction.
5. Bilan	2 min	Coche ce que tu sais faire. Ce qui n'est pas coché sera repris le dernier jour.

Le programme des deux semaines

Jour	Séance	Thème
Semaine 1 · jour 1	1. Les relatifs : les quatre opérations	Les nombres et le calcul
Semaine 1 · jour 2	2. Les fractions : les quatre opérations	
Semaine 1 · jour 3	3. Les puissances	
Semaine 1 · jour 4	4. Le calcul littéral	Le calcul littéral
Semaine 2 · jour 1	5. Le théorème de Pythagore	Le théorème de Pythagore
Semaine 2 · jour 2	6. Réciproque de Pythagore et problèmes	
Semaine 2 · jour 3	Test de rentrée (20 min), puis reprise de toutes les cases « Je sais faire » non cochées.	

Les jours sans séance, refais un calcul minute déjà fait et essaie de battre ton temps : c'est en répétant qu'on devient rapide et sûr de soi.

LA RÈGLE D'OR : DES FICHES « MÉTHODE », PAS SEULEMENT DES FICHES « COURS »

À la fin de chaque séance, écris sur une petite fiche une méthode en trois étapes, avec un exemple. Une fiche « Cours » dit *ce qui est vrai* ; une fiche « Méthode » dit *quoi faire*. C'est elle que tu reliras la veille d'un contrôle.

1. Comment calculer un produit de nombres relatifs ?
2. Comment additionner deux fractions ?
3. Comment écrire un nombre en écriture scientifique ?
4. Comment développer et réduire ?
5. Comment calculer une longueur avec Pythagore ?
6. Comment démontrer qu'un triangle est rectangle, ou qu'il ne l'est pas ?

La fiche 4 est déjà faite pour toi, à la séance 4 : sers-t'en de modèle pour les cinq autres.

1 Séance 1 — Les relatifs : les quatre opérations

Objectif : multiplier et diviser des nombres relatifs sans hésiter sur le signe, et enchaîner les calculs dans le bon ordre.

RAPPEL : ADDITIONNER ET SOUSTRAIRE

Ajouter deux nombres de même signe : on ajoute les distances à zéro et on garde le signe. $-7 + (-5) = -12$.

Ajouter deux nombres de signes contraires : on fait la différence des distances à zéro et on prend le signe du plus éloigné de zéro. $-9 + 4 = -5$.

Soustraire, c'est ajouter l'opposé : $3 - (-5) = 3 + 5 = 8$.

LA RÈGLE DES SIGNES ($\times$ ET $\div$)

$\times$ ou $\div$	positif	négatif
positif	+	-
négatif	-	+

Deux nombres de **même signe** : résultat **positif**. De **signes contraires** : résultat **négatif**.

EXEMPLES

$(-3) \times (-4) = 12$ · $(-3) \times 4 = -12$ · $(-20) \div 4 = -5$ · $(-18) \div (-3) = 6$. La règle est la même pour le quotient que pour le produit.

MÉTHODE — CALCULER UN PRODUIT DE PLUSIEURS NOMBRES RELATIFS

1. **Compter les facteurs négatifs**. Un nombre **pair** de facteurs négatifs : le produit est **positif**. Un nombre **impair** : il est **négatif**.
2. **Multiplier les distances à zéro**, sans t'occuper des signes.
3. **Écrire le résultat** avec le signe trouvé à l'étape 1.

Exemple : $(-2) \times 5 \times (-3) \times (-1)$. Trois facteurs négatifs : le produit est négatif. $2 \times 5 \times 3 \times 1 = 30$. Donc le produit vaut **-30**.

Autre exemple : $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$: quatre facteurs négatifs, donc **+24**.

LES PRIORITÉS DE CALCUL

On calcule d'abord ce qui est **entre parenthèses**, puis les **multiplications et divisions**, enfin les **additions et soustractions**, de gauche à droite.

Exemple : $-5 + 3 \times (-4) = -5 + (-12) = -17$.

TROIS PIÈGES

« **Moins par moins donne plus** » ne marche que pour $\times$ et $\div$. $-3 - 4 = -7$, et non 7 : ici, on soustrait.

Les priorités d'abord : $6 - 2 \times (-3) = 6 + 6 = 12$. Ce n'est pas $(6 - 2) \times (-3) = -12$.

Un seul signe à la fois : écris $5 \times (-2)$, avec des parenthèses, jamais 5×-2 .

AU BROUILLON : LE SIGNE D'ABORD

Avant chaque produit ou quotient, écris d'abord le **signe** du résultat, en couleur, puis seulement le nombre. Et souligne le calcul prioritaire avant de commencer un enchaînement.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $(-6) \times (-7) =$

2. $8 \times (-5) =$

3. $(-48) \div 6 =$

4. $(-36) \div (-9) =$

5. $(-2) \times (-3) \times (-5) =$

6. $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$

7. $-7 + (-5) =$

8. $4 - 9 =$

9. $-3 - (-8) =$

10. $2 + 3 \times (-4) =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — La règle des signes ★

Le signe d'abord, le nombre ensuite.

Calcule :

a. $(-9) \times 4$

c. $56 \div (-8)$

e. $(-0,6) \times 5$

b. $(-12) \times (-5)$

d. $(-4,5) \times (-2)$

f. $(-63) \div (-7)$

Exercice 2 — Le signe sans calculer ★

Compter les facteurs négatifs.

Pour chaque produit, donne d'abord son signe sans calculer, puis calcule-le.

a. $A = (-3) \times (-7) \times (-2) \times 5$

b. $B = (-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5)$

c. $C = (-2) \times (-5) \times (-10) \times (-0,1)$

Exercice 3 — Les priorités ★★

Souligner le calcul prioritaire à chaque ligne.

Calcule en écrivant toutes les étapes :

a. $D = -5 + 4 \times (-3)$

c. $F = 18 \div (-3) - 2 \times (-7)$

b. $E = (-5 + 4) \times (-3)$

d. $G = -2 \times [3 - (-4) \times 2]$

e. $H = (-6 - 4) \div (-5) + (-3) \times (-2)$

Exercice 4 — Les nombres manquants ★★

Utiliser la règle des signes à l'envers.

Complète :

a. $(-6) \times \dots = 42$

b. $\dots \div (-4) = 9$

c. $(-3) \times \dots \times 2 = 30$

Exercice 5 — Températures ★★★

Traduire un énoncé par un seul calcul.

a. À 6 h, un thermomètre indique -4°C . La température baisse de 2°C par heure pendant 3 heures, puis monte de 3°C par heure pendant 5 heures. Écris un seul calcul qui donne la température finale, puis effectue-le.

b. Sur cinq jours, les températures relevées à 6 h sont : -3°C ; 2°C ; -5°C ; -1°C ; -8°C . Calcule la température moyenne.

Exercice 6 — Vrai ou faux ? ★★★

Justifier par une règle ou par un contre-exemple.

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.

a. Le produit de sept nombres négatifs est négatif.

b. Si $a \times b$ est positif, alors a et b sont tous les deux positifs.

c. La différence de deux nombres négatifs est toujours négative.

d. $(-5) \div (-5) + (-5) \times (-5) = 26$.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ trouver le signe d'un produit ou d'un quotient de nombres relatifs ;
- ☐ calculer un produit de plusieurs facteurs en comptant les facteurs négatifs ;
- ☐ enchaîner des calculs en respectant les priorités.

2 Séance 2 — Les fractions : les quatre opérations

Objectif : additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions, et toujours simplifier le résultat.

SIMPLIFIER UNE FRACTION

On divise le numérateur et le dénominateur par un **même nombre** :

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}. \text{ Une fraction est } \textbf{irréductible}$$

quand on ne peut plus la simplifier.

Pour le signe : $-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}.$

MULTIPLIER ET DIVISER

Multiplier : on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{4}{9} \times \frac{15}{8} = \frac{4 \times 15}{9 \times 8} = \frac{60}{72} = \frac{5}{6}.$$

Diviser, c'est multiplier par l'**inverse** : l'inverse de

$$\frac{9}{10} \text{ est } \frac{10}{9} :$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{9}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}.$$

MÉTHODE — ADDITIONNER DEUX FRACTIONS

1. **Trouver un dénominateur commun** : un multiple commun aux deux dénominateurs, le plus petit possible.
Pour 3 et 4 : 12.

2. **Transformer chaque fraction** : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ et $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}.$

3. **Ajouter les numérateurs**, garder le dénominateur, puis simplifier si possible : $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}.$

Pour soustraire, c'est pareil : $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}.$

2/3 :



1/4 :



8/12 + 3/12 :



Les mêmes parts, en douzièmes : $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}.$

LES PRIORITÉS RESTENT LES MÊMES

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} : \text{ la multiplication d'abord.}$$

QUATRE PIÈGES

On n'ajoute jamais les dénominateurs : $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \neq \frac{3}{7}.$

Pas de dénominateur commun pour multiplier : c'est inutile, on multiplie directement « en haut » et « en bas ».

Inverse et opposé : diviser par $\frac{2}{3}$, c'est multiplier par $\frac{3}{2}$ (l'inverse), pas par $-\frac{2}{3}$ (l'opposé).

Un entier est une fraction : $3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}.$

AU BROUILLON : UNE LIGNE PAR ÉTAPE

Écris toujours l'étape « même dénominateur » sur une ligne à part, et entoure le dénominateur commun. Avant de multiplier, cherche si tu peux simplifier un numérateur avec un dénominateur : les calculs restent petits.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

3. $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

4. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

5. $\frac{3}{4} \times 8 = \dots\dots\dots$

6. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

7. L'inverse de $\frac{5}{7}$ est $\dots\dots\dots$

8. Simplifie $\frac{12}{18} = \dots\dots\dots$

9. $1 - \frac{3}{8} = \dots\dots\dots$

10. $-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{4}) = \dots\dots\dots$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Simplifier ★

Chercher le plus grand diviseur commun.

Rends irréductibles : $\frac{24}{36}$; $\frac{35}{63}$; $\frac{120}{150}$; $\frac{-28}{42}$.

Exercice 2 — Additionner et soustraire ★

La méthode en trois étapes.

Calcule et simplifie :

a. $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

b. $B = \frac{7}{6} - \frac{2}{9}$

c. $C = 2 - \frac{5}{3}$

d. $D = \frac{-3}{10} + \frac{7}{15}$

Exercice 3 — Multiplier et diviser ★★

Simplifier avant de multiplier.

Calcule et donne le résultat sous forme irréductible :

a. $E = \frac{6}{35} \times \frac{14}{9}$

b. $F = \frac{-5}{12} \times \frac{18}{25}$

c. $G = \frac{7}{4} \div \frac{21}{8}$

d. $H = 5 \div \frac{15}{4}$

Exercice 4 — Enchaînements ★★★

Les priorités, avec des fractions.

Calcule en écrivant toutes les étapes :

a. $I = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}$

b. $J = (\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) \div \frac{3}{10}$

c. $K = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times (2 - \frac{2}{3})$

Exercice 5 — Le jardin partagé ★★★

Choisir la bonne opération.

Dans un jardin partagé, $\frac{2}{5}$ de la surface sont des légumes, $\frac{1}{3}$ des fleurs et le reste de la pelouse.

a. Quelle fraction du jardin est en pelouse ?

b. Les $\frac{3}{4}$ de la partie « légumes » sont plantés de tomates. Quelle fraction du jardin cela représente-t-il ?

c. Le jardin mesure 450 m². Calcule l'aire de la pelouse.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ additionner et soustraire des fractions avec un dénominateur commun ;
- ☐ multiplier des fractions, et diviser en multipliant par l'inverse ;
- ☐ simplifier un résultat jusqu'à la fraction irréductible.

3 Séance 3 — Les puissances

Objectif : calculer une puissance, manipuler les puissances de 10 et passer à l'écriture scientifique.

PUISSANCE D'UN NOMBRE

Pour n entier positif : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs).

On lit « a exposant n ».

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$. Par convention, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

Le signe : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$; $(-3)^3 = -27$. Un nombre négatif à une puissance **paire** donne un résultat positif.

LES PUISSANCES DE 10

$10^n = 1$ suivi de n zéros : $10^4 = 10\,000$.

$10^{-n} = 0,0\dots01$ avec n zéros en tout (en comptant celui avant la virgule) : $10^{-3} = 0,001$.

Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs **vers la droite** ; par 10^{-n} , **vers la gauche** : $3,7 \times 10^3 = 3\,700$; $52 \times 10^{-2} = 0,52$.

CALCULER AVEC DES PUISSANCES DE 10

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$; $(10^m)^n = 10^{m \times n}$. Exemples : $10^2 \times 10^3 = 10^5$; $\frac{10^7}{10^2} = 10^5$; $(10^2)^3 = 10^6$.

MÉTHODE — ÉCRIRE UN NOMBRE EN ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

L'écriture scientifique est $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ (un seul chiffre non nul avant la virgule).

1. **Placer la virgule** juste après le premier chiffre non nul : c'est a .
2. **Compter** de combien de rangs la virgule s'est déplacée : c'est n .
3. **Choisir le signe** de n : nombre de départ plus grand que 10, n positif ; plus petit que 1, n négatif.

$45\,000 = 4,5 \times 10^4$; $0,003\,2 = 3,2 \times 10^{-3}$.

Préfixe	Symbole	Puissance
giga	G	10^9
méga	M	10^6
kilo	k	10^3
(unité)	—	$10^0 = 1$
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

$3\text{ km} = 3 \times 10^3\text{ m} = 3\,000\text{ m}$; $5\text{ mg} = 5 \times 10^{-3}\text{ g} = 0,005\text{ g}$.

QUATRE PIÈGES

2^3 n'est pas 2×3 : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Les parenthèses comptent : $(-3)^2 = 9$, mais $-3^2 = -9$: sans parenthèses, le carré ne porte que sur 3.

10^{-2} n'est pas négatif : c'est 0,01, un petit nombre positif.

45×10^3 n'est pas une écriture scientifique : 45 n'est pas entre 1 et 10. On écrit $4,5 \times 10^4$.

FABRIQUE TON ÉCHELLE DES PRÉFIXES

Sur une bande de papier, écris de gauche à droite nano, micro, milli, unité, kilo, méga, giga, avec leur puissance de 10 en dessous. Entre deux préfixes voisins, on passe d'un facteur 1 000. Garde la bande dans ta trousse jusqu'au contrôle.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $2^4 =$

2. $3^3 =$

3. $(-2)^3 =$

4. $(-1)^{10} =$

5. $5^0 =$

6. $10^5 =$

7. $10^{-2} =$

8. $10^3 \times 10^4 =$

9. $\frac{10^8}{10^5} =$

10. $2,5 \times 10^3 =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Calculer des puissances ★

Écrire le produit, puis compter le signe.

Calcule :

a. 4^3

b. $(-5)^2$

c. -5^2

d. $(-2)^5$

e. $0,1^3$

f. $(\frac{2}{3})^2$

Exercice 2 — Les puissances de 10 ★

Décaler la virgule ; ajouter ou soustraire les exposants.

Donne l'écriture décimale de :

a. 10^6

b. 10^{-4}

c. 7×10^{-3}

d. $4,2 \times 10^5$

Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 :

e. $10^7 \times 10^{-3}$

f. $\frac{10^2}{10^6}$

g. $(10^3)^2$

Exercice 3 — Écriture scientifique ★★

La méthode en trois étapes.

Donne l'écriture scientifique de :

a. 52 000

b. 0,000 87

c. 345×10^2

d. $0,06 \times 10^{-3}$

Exercice 4 — Les préfixes ★★★

Remplacer le préfixe par sa puissance de 10.

- Une randonnée mesure 4,5 km. Écris cette longueur en mètres, puis en écriture scientifique.
- Un comprimé contient 250 mg de vitamine C. Écris cette masse en grammes, puis en écriture scientifique.
- Un fil a un diamètre de 20 μm . Écris ce diamètre en mètres, en écriture scientifique.
- Un fichier pèse 3 Go (gigaoctets). Combien d'octets cela fait-il ?

Exercice 5 — Ordres de grandeur ★★★

Calculer avec des écritures scientifiques.

- La lumière parcourt environ 3×10^5 km par seconde. La distance entre la Terre et le Soleil est d'environ $1,5 \times 10^8$ km. Combien de secondes la lumière du Soleil met-elle pour nous parvenir ? Convertis en minutes et secondes.
- Une feuille de papier a une épaisseur de 10^{-4} m. Quelle est la hauteur d'une pile de 5×10^3 feuilles ? Donne le résultat en écriture scientifique, puis en mètres.

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ calculer une puissance, même avec un nombre négatif ;
- ☐ passer d'une puissance de 10 à l'écriture décimale, et utiliser les préfixes ;
- ☐ écrire un nombre en écriture scientifique.

4 Séance 4 — Le calcul littéral

Objectif : remplacer une lettre par un nombre, réduire, développer et factoriser avec la simple distributivité.

EXPRESSION LITTÉRALE

Une **expression littérale** contient des lettres qui représentent des nombres. On simplifie l'écriture :

$$3 \times x = 3x ; x \times x = x^2 ; 1x = x.$$

Substituer, c'est remplacer la lettre par un nombre.

Pour $A = 3x^2 - 5x + 2$ et $x = -2$:

$$A = 3 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 12 + 10 + 2 = \mathbf{24}.$$

RÉDUIRE

On regroupe les termes **de même nature** : les x^2 ensemble, les x ensemble, les nombres ensemble.

$$5x + 3 - 2x + 7 = \mathbf{3x + 10}$$

$$x^2 + 4x - 3x^2 + x = \mathbf{-2x^2 + 5x}$$

Mais $3x + 2$ ne se réduit pas : ce ne sont pas des termes de même nature.

LA SIMPLE DISTRIBUTIVITÉ

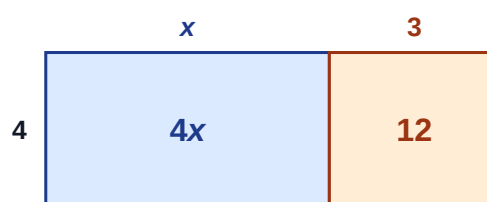
$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

De gauche à droite, on **développe** :

$$4(2x - 3) = 8x - 12 ; -3(x - 5) = -3x + 15.$$

De droite à gauche, on **factorise** en cherchant un facteur commun :

$$6x + 9 = 3(2x + 3) ; x^2 + 7x = x(x + 7).$$



$$\text{aire} = 4(x + 3) = 4x + 12$$

L'aire du grand rectangle, calculée de deux façons.

TESTER UNE ÉGALITÉ

On remplace la lettre par une valeur **dans chaque membre**, séparément, puis on compare. $4x - 3 = 2x + 5$ est **vraie** pour $x = 4$ (13 et 13), **fausse** pour $x = 1$ (1 et 7).

Pour prouver qu'une égalité n'est pas toujours vraie, **un seul contre-exemple suffit** : $(x + 3)^2 = x^2 + 9$ est fausse, car pour $x = 1$ on trouve 16 d'un côté et 10 de l'autre.

FICHE MÉTHODE — COMMENT DÉVELOPPER ET RÉDUIRE ?

- Distribuer** : multiplier le nombre placé devant la parenthèse par **chaque** terme de la parenthèse. Le signe devant ce nombre lui appartient : dans « $-4(x - 2)$ », on distribue **-4**.
- Écrire tous les produits** sur une seule ligne, sans parenthèses, en faisant attention aux signes.
- Réduire** : regrouper les termes en x^2 , puis les termes en x , puis les nombres. **Vérifier** en remplaçant x par 1 dans la première et dans la dernière ligne.

Ce qui fait gagner les points : une ligne par étape, et le résultat encadré.

Exemple rédigé comme sur une copie

$$A = 3(2x - 5) - 4(x - 2)$$

$$A = 3 \times 2x - 3 \times 5 + (-4) \times x + (-4) \times (-2) \quad \text{étape 1}$$

$$A = 6x - 15 - 4x + 8 \quad \text{étape 2}$$

$$A = 6x - 4x - 15 + 8 = \mathbf{2x - 7} \quad \text{étape 3}$$

Vérification pour $x = 1$: $3 \times (2 - 5) - 4 \times (1 - 2) = -9 + 4 = -5$, et $2 \times 1 - 7 = -5$. Les deux résultats sont égaux : le calcul est juste.

QUATRE PIÈGES

$3x + 2 \neq 5x$: on n'ajoute pas des x et des nombres.

$x + x = 2x$, **mais** $x \times x = x^2$.

Le signe moins devant une parenthèse : $-(x - 4) = -x + 4$; il change **tous** les signes.

Substituer avec des parenthèses : pour $x = -3$, $2x^2 = 2 \times (-3)^2 = 18$, et non $(2 \times (-3))^2 = 36$.

LA VÉRIFICATION « $x = 1$ »

Après chaque développement ou factorisation, remplace x par 1 dans l'expression de départ et dans ton résultat. Si tu ne trouves pas le même nombre, il y a une erreur : cherche-la avant de passer à la suite.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $2x + 5x =$

2. $3x \times 4 =$

3. $x \times x =$

4. $4x - x =$

5. $5(x + 2) =$

6. $-2(x - 3) =$

7. $3x - 2$ pour $x = -1$:

8. x^2 pour $x = -4$:

9. Factorise $7x + 14 =$

10. $2x + 3 + 4x - 1 =$

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Substituer ★

Des parenthèses autour des nombres négatifs.

On donne $A = 5x - 3$, $B = 2x^2 + x$ et $C = (x - 1)(x + 4)$. Calcule A, B et C pour $x = 2$, puis pour $x = -3$.

Exercice 2 — Réduire ★

Regrouper les termes de même nature.

Réduis :

a. $D = 4x + 7 - 6x + 2$

b. $E = 3x^2 - 5x + x^2 + 8x$

c. $F = 2 \times 3x - x \times 4 + 5$

d. $G = x + x + x \times x$

Exercice 3 — Développer et réduire ★★

La fiche méthode, appliquée.

Développe et réduis :

a. $H = 5(2x + 3) - 7$

b. $I = -4(3 - 2x) + 3x$

c. $J = 2(x - 4) - 3(x + 1)$

d. $K = x(x + 6) - 2x$

Exercice 4 — Factoriser ★★★

Chercher le plus grand facteur commun.

Factorise :

a. $8x + 12$

b. $15x - 10$

c. $x^2 - 9x$

d. $6x^2 + 3x$

Exercice 5 — Un programme de calcul ★★★★★

Tester, puis prouver pour tous les nombres.

Programme : « Choisis un nombre. Ajoute 3. Multiplie le résultat par 4. Soustrais 4 fois le nombre de départ. »

a. Applique le programme à 5, puis à -2 . Que remarques-tu ?

b. On appelle x le nombre de départ. Écris le résultat en fonction de x , puis développe et réduis. Conclus.

c. L'égalité $2(x + 5) = 2x + 5$ est-elle vraie pour tous les nombres x ? Justifie.

d. L'égalité $3x + 4 = 5x - 2$ est-elle vraie pour $x = 3$? Et pour $x = 2$?

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ remplacer une lettre par un nombre, même négatif ;
- ☐ réduire une expression et développer avec la simple distributivité ;
- ☐ factoriser par un facteur commun et tester une égalité.

Pour aller plus loin : la fiche « Calcul littéral » sur progressschool.fr/reviser/maths/4eme/calcul-litteral-4eme

Pour aller plus loin : la fiche « Équations et inéquations du premier degré » sur progressschool.fr/reviser/maths/4eme/equations-premier-degre-4eme

5 Séance 5 — Le théorème de Pythagore

Objectif : calculer une longueur dans un triangle rectangle, en valeur exacte et en valeur arrondie.

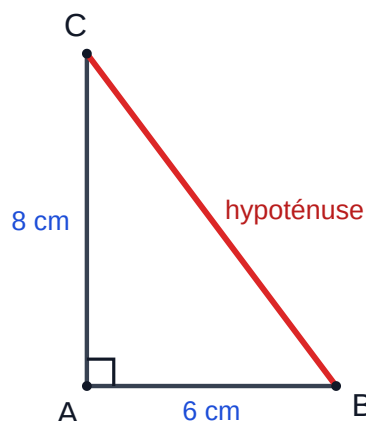
LE VOCABULAIRE

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté **opposé à l'angle droit**. C'est le plus long des trois côtés. Les deux autres côtés forment l'angle droit.

LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Si un triangle ABC est **rectangle en A**, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



ABC est rectangle en A : l'hypoténuse est [BC], en face de l'angle droit.

CALCULER L'HYPOTÉNUSE

ABC est rectangle en A, AB = 6 cm et AC = 8 cm.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

donc $BC = \sqrt{100} = 10$ cm.

CALCULER UN CÔTÉ DE L'ANGLE DROIT

DEF est rectangle en E, DF = 13 cm et DE = 5 cm.

L'hypoténuse est [DF].

$$DF^2 = DE^2 + EF^2,$$

$$\text{donc } EF^2 = DF^2 - DE^2 = 169 - 25 = 144$$

$$\text{donc } EF = \sqrt{144} = 12 \text{ cm.}$$

VALEUR EXACTE, VALEUR ARRONDIE

Souvent, le carré trouvé n'est pas un carré parfait. RST est rectangle en R, avec RS = 3 cm et RT = 7 cm : $ST^2 = 9 + 49 = 58$.

La **valeur exacte** est $ST = \sqrt{58}$ cm ; à la calculatrice, la **valeur arrondie au dixième** est $ST \approx 7,6$ cm. On écrit « = » pour la valeur exacte, « ≈ » pour l'arrondi.

MÉTHODE — CALCULER UNE LONGUEUR AVEC PYTHAGORE

1. **Repérer l'angle droit et l'hypoténuse** (le côté en face). Écris la phrase : « Le triangle ... est rectangle en ..., d'après le théorème de Pythagore : ».
2. **Écrire l'égalité avec les lettres** : $\text{hypoténuse}^2 = \text{côté}^2 + \text{côté}^2$.
3. **Remplacer et calculer** : on **ajoute** si l'on cherche l'hypoténuse, on **soustrait** si l'on cherche un autre côté. Puis on prend la racine carrée : valeur exacte, puis arrondie avec l'unité.

TROIS PIÈGES

Se tromper d'hypoténuse : c'est toujours le côté en face de l'angle droit, jamais « le côté qu'on cherche ».

La racine d'une somme : $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$, et non $6 + 8 = 14$.

Oublier de soustraire : pour un côté de l'angle droit, on fait hypoténuse^2 **moins** l'autre côté².

REPASSE L'HYPOTÉNUSE EN COULEUR

Sur chaque figure, avant tout calcul, repasse l'hypoténuse en rouge et écris « hyp » dessus. Et apprends par cœur les carrés de 1 à 15 : 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225.

Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $3^2 + 4^2 = \dots\dots\dots$

2. $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$

3. $13^2 = \dots\dots\dots$

4. $\sqrt{144} = \dots\dots\dots$

5. $10^2 - 6^2 = \dots\dots\dots$

6. $\sqrt{64} = \dots\dots\dots$

7. $12^2 + 5^2 = \dots\dots\dots$

8. $\sqrt{49} = \dots\dots\dots$

9. Hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 et 8 : $\dots\dots\dots$

10. Côté de l'angle droit, si l'hypoténuse mesure 5 et l'autre côté 4 : $\dots\dots\dots$

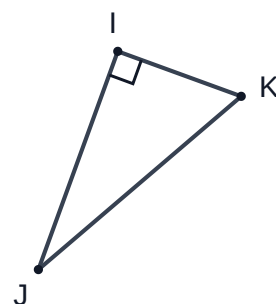
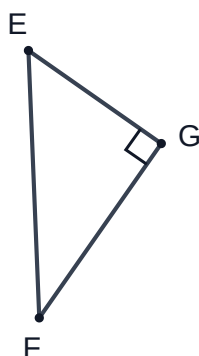
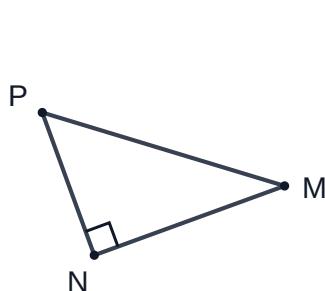
Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Écrire l'égalité de Pythagore ★

Trouver l'hypoténuse, quelle que soit la position du triangle.

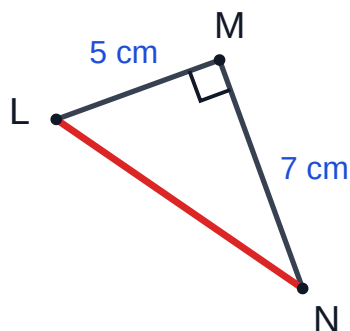
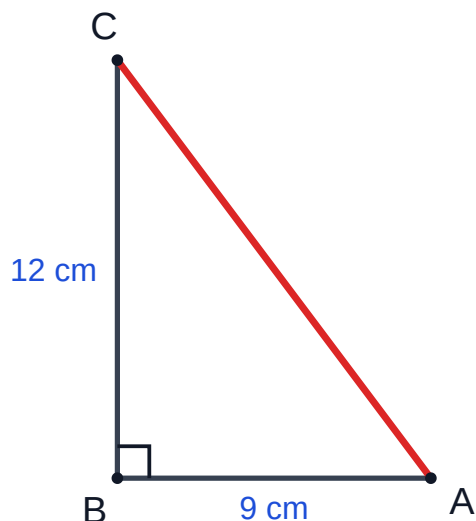
Pour chaque triangle rectangle, nomme l'hypoténuse et écris l'égalité de Pythagore.



Exercice 2 — Calculer l'hypoténuse ★

On ajoute les carrés.

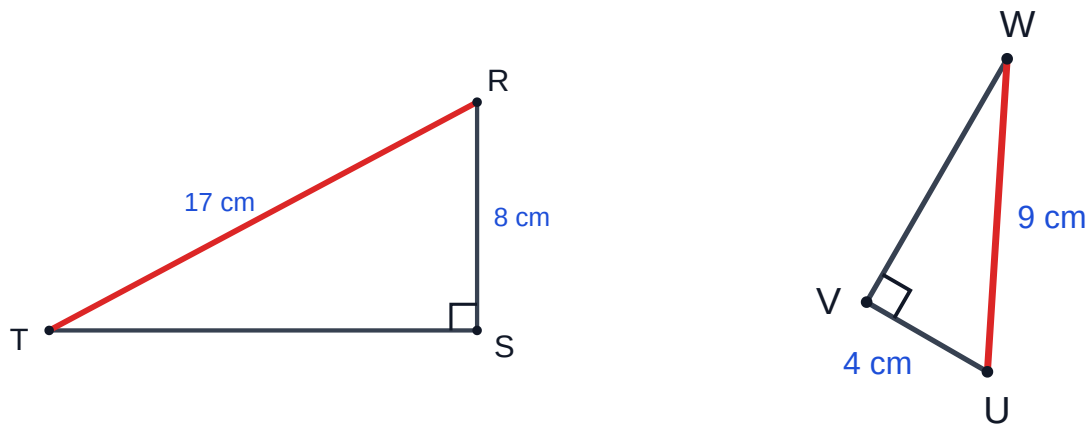
Calcule AC, puis LN (valeur exacte, puis arrondie au dixième si besoin).



Exercice 3 — Calculer un côté de l'angle droit ★★

On soustrait les carrés.

Calcule ST, puis VW (valeur exacte, puis arrondie au dixième si besoin).



Exercice 4 — La diagonale d'un carré ★★

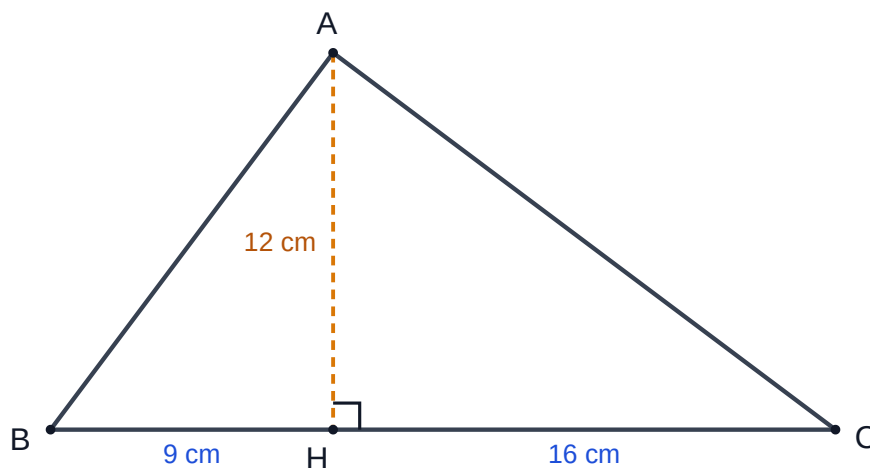
Voir le triangle rectangle caché.

Un carré a des côtés de 5 cm. Calcule la longueur de sa diagonale : valeur exacte, puis arrondie au millimètre.

Exercice 5 — Deux triangles dans un triangle ★★★

Utiliser deux fois le théorème.

Dans le triangle ABC, H est le pied de la hauteur issue de A : (AH) est perpendiculaire à (BC).



- Calcule AB dans le triangle ABH, puis AC dans le triangle ACH.
- Calcule BC, puis compare BC^2 et $AB^2 + AC^2$. Que peux-tu supposer sur le triangle ABC ? (La séance 6 te permettra de le démontrer.)

JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ repérer l'hypoténuse d'un triangle rectangle, quelle que soit sa position ;
- ☐ calculer l'hypoténuse ou un côté de l'angle droit ;
- ☐ donner la valeur exacte puis la valeur arrondie d'une longueur.

Pour aller plus loin : la fiche « Théorème de Pythagore » sur progressschool.fr/reviser/maths/4eme/pythagore-4eme

6 Séance 6 — Réciproque de Pythagore et problèmes

Objectif : démontrer qu'un triangle est rectangle ou qu'il ne l'est pas, et utiliser Pythagore dans des situations concrètes.

LA RÉCIPROQUE

Dans un triangle ABC, si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (avec [BC] le plus grand côté), alors le triangle ABC est **rectangle en A**.

Le sommet de l'angle droit est **en face du plus grand côté**.

LA CONTRAPOSÉE

Dans un triangle ABC où [BC] est le plus grand côté, si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC **n'est pas rectangle**.

Ce que je sais	Ce que je cherche	J'utilise
Le triangle est rectangle	Une longueur	le théorème de Pythagore
Les trois longueurs ; il y a égalité	S'il est rectangle	la réciproque : il est rectangle
Les trois longueurs ; pas d'égalité	S'il est rectangle	la contraposée : il ne l'est pas

MÉTHODE — DÉMONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE, OU QU'IL NE L'EST PAS

1. **Repérer le plus grand côté.**
2. **Calculer séparément** : d'un côté le carré du plus grand côté, de l'autre la somme des carrés des deux autres côtés.
3. **Comparer et conclure** : s'ils sont égaux, le triangle est rectangle (réciproque), et l'on précise le sommet ; sinon, il n'est pas rectangle (contraposée).

UN TRIANGLE RECTANGLE

ABC avec $AB = 7,5$ cm, $AC = 10$ cm, $BC = 12,5$ cm.
Le plus grand côté est [BC].

$$BC^2 = 12,5^2 = 156,25$$

$$AB^2 + AC^2 = 7,5^2 + 10^2 = 56,25 + 100 = 156,25$$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **ABC est rectangle en A**.

UN TRIANGLE QUI NE L'EST PAS

DEF avec $DE = 6$ cm, $EF = 9$ cm, $DF = 11$ cm. Le plus grand côté est [DF].

$$DF^2 = 11^2 = 121$$

$$DE^2 + EF^2 = 36 + 81 = 117$$

$DF^2 \neq DE^2 + EF^2$: d'après la contraposée du théorème de Pythagore, **DEF n'est pas rectangle**.

TROIS PIÈGES

Écrire l'égalité trop tôt : n'écris pas « $BC^2 = AB^2 + AC^2$ » avant de l'avoir vérifiée. Calcule les deux membres séparément.

« **Presque égal** » ne suffit pas : 121 et 117 sont proches, mais différents. Et sur un dessin, un angle peut avoir l'air droit sans l'être.

Citer la bonne propriété : le théorème sert à calculer une longueur ; la réciproque et la contraposée servent à savoir si le triangle est rectangle.

AVANT DE CALCULER, UNE PHRASE

Au début de chaque exercice, écris en une phrase ce que tu sais et ce que tu cherches, puis choisis la ligne du tableau ci-dessus. Dans un problème concret, fais toujours un schéma à main levée et marque l'angle droit.

🕒 Calcul minute — 5 min chrono, sans calculatrice

1. $3^2 + 4^2 = 5^2$? Oui ou non :

2. $5^2 + 6^2 =$

3. $6^2 + 8^2 = 10^2$? Oui ou non :

4. $2^2 + 3^2 = 4^2$? Oui ou non :

5. $0,5^2 =$

6. $1,5^2 =$

7. 9, 12, 15 : rectangle ? Oui ou non :

8. 8, 15, 17 : rectangle ? Oui ou non :

9. 5, 7, 9 : rectangle ? Oui ou non :

10. $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$: rectangle en quel sommet ?

Essai 1 : / 10 en min · Essai 2, deux jours plus tard : / 10 en min

Exercices

Exercice 1 — Rectangle ou pas ? ★

La méthode en trois étapes, et la bonne phrase pour conclure.

Ces triangles sont-ils rectangles ? Si oui, précise en quel sommet.

a. MNP avec $MN = 20$ cm, $NP = 21$ cm, $MP = 29$ cm.

b. KLM avec $KL = 7$ cm, $LM = 8$ cm, $KM = 11$ cm.

c. RST avec $RS = 4,5$ cm, $ST = 6$ cm, $RT = 7,5$ cm.

d. XYZ avec $XY = 12$ cm, $YZ = 13$ cm, $XZ = 6$ cm.

Exercice 2 — Des cadres bien d'équerre ? ★★

La réciproque au service d'un artisan.

Pour vérifier qu'un cadre rectangulaire a bien des angles droits, on mesure ses deux côtés et sa diagonale.

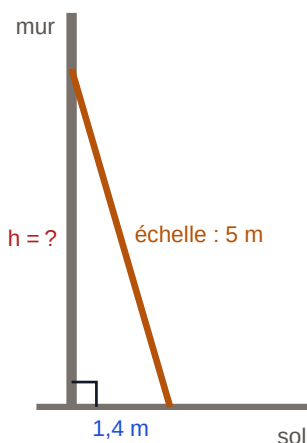
a. Un cadre mesure 60 cm sur 80 cm, et sa diagonale 1 m. Ses angles sont-ils droits ?

b. Un autre cadre mesure 45 cm sur 60 cm, et sa diagonale 76 cm. Ses angles sont-ils droits ? Quelle diagonale aurait-il fallu mesurer ?

Exercice 3 — L'échelle contre le mur ★★

Un problème concret.

Une échelle de 5 m est posée contre un mur vertical. Son pied est à 1,4 m du mur. Le sol est horizontal.



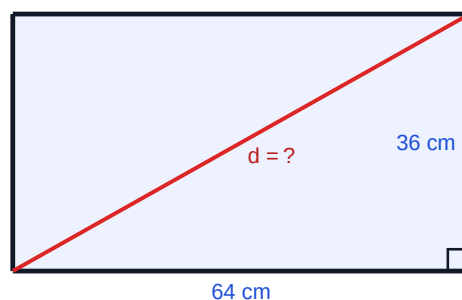
a. À quelle hauteur le haut de l'échelle touche-t-il le mur ?

b. On recule le pied de l'échelle à 3 m du mur. À quelle hauteur arrive-t-elle maintenant ?

Exercice 4 — La diagonale d'un écran ★★

Valeur arrondie et changement d'unité.

La taille d'un écran est la longueur de sa diagonale. Un écran mesure 64 cm de large et 36 cm de haut.



a. Calcule la longueur de sa diagonale, arrondie au millimètre.

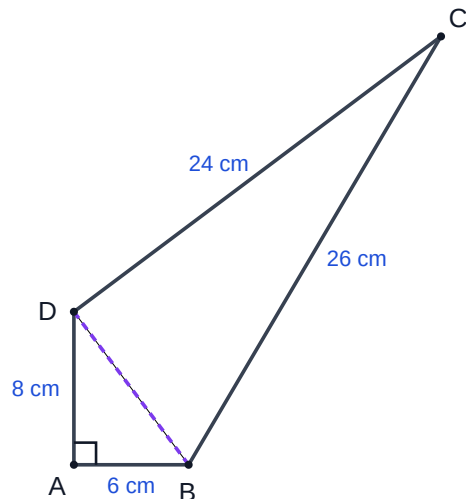
b. Cette taille s'exprime souvent en pouces : 1 pouce = 2,54 cm. Donne la taille de l'écran en pouces, arrondie au dixième.

Exercice 5 — Une figure à deux triangles ★★★

Théorème, puis réciproque, dans la même figure.

Sur la figure ci-contre, le triangle ABD est rectangle en A.

- Calcule BD.
- Démontre que le triangle BCD est rectangle. En quel sommet ?
- Calcule l'aire du quadrilatère ABCD.



JE SAIS FAIRE — COCHE QUAND C'EST ACQUIS

- ☐ choisir entre le théorème, sa réciproque et sa contraposée ;
- ☐ démontrer qu'un triangle est rectangle ou qu'il ne l'est pas, avec la bonne phrase ;
- ☐ repérer un triangle rectangle dans un problème concret et calculer une longueur.

Pour aller plus loin : la fiche « Théorème de Pythagore » sur progressschool.fr/reviser/maths/4eme/pythagore-4eme

Test de rentrée — 20 minutes, sans calculatrice

Fais-le le dernier jour, d'une traite. Chaque question renvoie à une séance : si tu te trompes, refais les exercices ★★ de cette séance.

N°	Question	Séance
1	Calcule $(-4) \times (-5) \times (-2)$, puis $-3 + 5 \times (-2)$.	1
2	Calcule $(-42) \div (-6) - 2 \times (-3)$.	1
3	Calcule et simplifie $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$.	2
4	Calcule et simplifie $\frac{4}{9} \div \frac{8}{15}$.	2
5	Calcule $(-2)^4$, puis -2^4 . Donne l'écriture décimale de 10^{-3} .	3
6	Donne l'écriture scientifique de 0,000 45 et de 2 300 000.	3
7	Développe et réduis $3(2x - 4) - 5(x - 1)$.	4
8	Calcule $2x^2 - 3x$ pour $x = -2$.	4
9	ABC est rectangle en A, avec $AB = 5$ cm et $AC = 12$ cm. Calcule BC.	5
10	Un triangle a des côtés de 9 cm, 12 cm et 16 cm. Est-il rectangle ? Justifie.	6

MON RÉSULTAT

- ☐ 10 sur 10 : tu es prêt pour la suite de l'année.
- ☐ 7 à 9 : refais les séances des questions manquées.
- ☐ moins de 7 : reprends les séances concernées dans l'ordre, une par jour.