

## Géométrie dans l'espace

Mathématiques · Première  
Contrôle n°1 · 60 min · sur 20

## Exercice 1 — Les volumes

4 pts 11 min

Calculer le volume des solides usuels

Réponds à chaque question.

## LA RÈGLE DU COURS

Les solides se rangent en deux familles, et une seule idée suffit à retrouver la moitié des formules. Une figure échappe à la règle et demande deux formules distinctes.

1. Quelle idée unique permet de retrouver la moitié des formules de volume ? (1 pt)

**Tout ce qui se termine en pointe vaut un tiers de ce qui ne pointe pas.**

→ Un cône vaut le tiers du cylindre de même base et même hauteur.

2. Que vaut le volume d'un prisme, et celui d'une pyramide de même base et même hauteur ? (1 pt)

**Base fois hauteur pour le prisme, le tiers pour la pyramide.**

→ C'est la même règle appliquée à l'autre famille.

3. Donne le volume et l'aire d'une sphère de rayon  $r$ . (1 pt) **$V = \frac{4}{3}\pi r^3$  et  $\mathcal{A} = 4\pi r^2$ .**

→ Le rayon au cube pour le volume, au carré pour l'aire, et jamais l'inverse.

4. Calcule le volume exact d'un cylindre de rayon 5 m et de hauteur 10 m. (1 pt)

 **$\pi \times 25 \times 10 = 250\pi \text{ m}^3$** → On garde  $\pi$  jusqu'au dernier calcul.

## Exercice 2 — Positions relatives

5 pts 14 min

Déterminer la position relative de droites et de plans

Réponds à chaque question.

## LA RÈGLE DU COURS

Dans le plan, deux droites qui ne se coupent pas sont parallèles. Dans l'espace, cette phrase est fausse — et c'est la moitié des erreurs du chapitre.

1. Quels sont les trois cas possibles pour deux droites de l'espace ? (1 pt)

**Coplanaires et sécantes, coplanaires et parallèles, ou non coplanaires.**

→ Dans le troisième cas, aucun plan ne les contient toutes deux.

2. Deux droites sans point commun sont-elles parallèles ? (1 pt)

**Pas nécessairement : elles peuvent n'être pas coplanaires.**

→ C'est vrai dans le plan, faux dans l'espace.

3. Quel geste faire avant de conclure au parallélisme ? (1 pt)

**Exhiber le plan qui contient les deux droites.**

→ Une face ou un plan diagonal du solide, par exemple.

4. Selon quoi deux plans sécants se coupent-ils ? (1 pt)

**Selon une droite, jamais en un seul point.**

→ C'est ce qui distingue l'intersection de deux plans de celle de deux droites.

5. Comment démontrer qu'une droite est parallèle à un plan ? (1 pt)

**En trouvant une droite du plan qui lui soit parallèle.**

→ Une seule droite du plan suffit : il est inutile d'en chercher d'autres.

### Exercice 3 — Deux mots à ne pas confondre

4 pts 11 min

Distinguer orthogonal et perpendiculaire

Réponds à chaque question.

#### LA RÈGLE DU COURS

Deux termes désignent un angle droit, et l'un des deux exige quelque chose de plus. La distinction n'est pas un caprice de vocabulaire : dans un cube, elle départage des cas réels.

1. Quand deux droites de l'espace sont-elles orthogonales ? (1 pt)

**Lorsque leurs directions font un angle droit, qu'elles se coupent ou non.**

→ Le point commun n'est pas exigé.

2. Quand sont-elles perpendiculaires ? (1 pt)

**Lorsqu'elles sont orthogonales et de plus sécantes.**

→ Le mot est réservé à ce cas, et l'employer ailleurs est une faute, pas une approximation.

3. Dans un cube  $ABCDEFGH$ , que dire des arêtes  $(AB)$  et  $(CG)$  ? (1 pt)

**Elles sont orthogonales sans avoir le moindre point commun.**

→ Écrire « perpendiculaires » serait faux.

4. Si deux droites sont parallèles à une même troisième, que peut-on conclure ? (1 pt)

**Elles sont parallèles entre elles.**

→ C'est l'une des deux propriétés qui démontrent presque tous les parallélismes du programme.

### Exercice 4 — Sections et repérage

4 pts 14 min

Construire une section et se repérer dans l'espace

Réponds à chaque question.

#### LA RÈGLE DU COURS

Une section se construit face par face, jamais d'un trait entre deux points quelconques. Et dans un repère, une coordonnée se lit parfois comme une distance, sans aucun calcul.

1. Quand peut-on relier deux points d'une section par un segment ? (1 pt)

**Seulement lorsqu'ils sont sur une même face.**

→ Un segment de la section vit dans une face.

2. Que donnent deux faces parallèles coupées par un même plan ? (1 pt)

**Deux segments parallèles.**

→ C'est ce qui permet de compléter la figure sans nouveau point.

3. Une pyramide est coupée par un plan parallèle à sa base, avec un rapport de réduction  $k$ . Que deviennent longueurs, aires et volumes ? (1 pt)

**Multipliés par  $k$ , par  $k^2$  et par  $k^3$  respectivement.**

→ La figure obtenue est semblable à la base.

4. Quelle est la distance du point  $M(x; y; z)$  au plan  $(Oxy)$  ? (1 pt)

**$|z|$**

→ Se déplacer dans ce plan ne change que  $x$  et  $y$ .

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

## LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. La règle du plan appliquée à l'espace. Le mot « perpendiculaires » employé trop largement. Et une arête prise pour une hauteur.

1. « Ces deux droites ne se coupent pas : elles sont donc parallèles. » (1 pt)

**Elles peuvent n'être pas coplanaires.**

→ Dans un cube,  $(AB)$  et  $(FG)$  ne se rencontrent jamais et ne sont pas parallèles.

2. « La section d'une sphère par un plan est une ellipse. » (1 pt)

**C'est toujours un cercle.**

→ Quelle que soit la façon dont on tranche un ballon, on ne trouve jamais autre chose qu'un disque.

3. « Pour le volume de cette pyramide, j'ai pris la longueur de l'arête latérale comme hauteur. » (1 pt)

**La hauteur est la distance du sommet au plan de la base.**

→ Une arête latérale est plus longue, et le volume serait surestimé.

## Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

| EXERCICE | ATTENDU                                          | POINTS                    | POINT PERDU SI                                              |
|----------|--------------------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Ex.1     | Les volumes des solides usuels                   | 4 points — 1 par question | Un rayon au carré là où il fallait un cube.                 |
| Ex.2     | Les positions relatives                          | 5 points — 1 par question | Deux droites sans point commun déclarées parallèles.        |
| Ex.3     | Orthogonal, perpendiculaire, parallèle à un plan | 4 points — 1 par question | « Perpendiculaires » employé pour des droites non sécantes. |
| Ex.4     | Sections et repérage                             | 4 points — 1 par question | Deux points de faces différentes reliés d'un trait.         |
| Ex.5     | L'erreur repérée, et la réponse juste donnée     | 3 points — 1 par ligne    | Une arête latérale prise pour la hauteur d'une pyramide.    |

## ET MAINTENANT ?

## 16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant aux sections de cube : selon le plan, on obtient un triangle, un quadrilatère, jusqu'à un hexagone — et le nombre de côtés ne dépasse jamais le nombre de faces coupées.

## 10 à 15

Refais l'exercice 2 en exhibant à chaque fois le plan qui contient les deux droites. Si tu n'en trouves pas, elles ne sont pas coplanaires, et la conclusion change.

## moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens la phrase qui contient la moitié des erreurs du chapitre : dans l'espace, deux droites qui ne se coupent pas ne sont pas forcément parallèles.