

Fonctions du second degré

Mathématiques · Première
Contrôle n°1 · 60 min · sur 20

Exercice 1 — Trois écritures

4 pts 11 min

Choisir la forme adaptée d'un trinôme

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un même trinôme s'écrit de trois façons, et chacune répond à une question que les deux autres ne savent pas traiter. Savoir laquelle choisir vaut plus que savoir calculer vite.

1. Écris la forme développée d'un trinôme, et la condition sur a . (1 pt)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ avec } a \neq 0.$$

→ Sans cette condition, la fonction serait du premier degré.

2. Que donne la forme développée immédiatement ? (1 pt)

L'ordonnée à l'origine $f(0) = c$, et le sens de la parabole par le signe de a .

→ Ce sont les deux lectures gratuites de cette écriture.

3. À quelle question répond la forme canonique ? (1 pt)

Elle donne le sommet, donc l'extrémum et l'axe de symétrie.→ Elle s'écrit $a(x - \alpha)^2 + \beta$.

4. À quelle question répond la forme factorisée, et quand existe-t-elle ? (1 pt)

Elle donne les racines, et n'existe que si $\Delta \geq 0$.→ Elle s'écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.

Exercice 2 — La forme canonique

4 pts 12 min

Mettre un trinôme sous forme canonique

On étudie $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$.

LA RÈGLE DU COURS

Deux nombres suffisent à l'écrire, et le second se calcule à partir du premier. Le carré qui y figure est toujours positif ou nul — et c'est ce qui démontre l'extrémum.

1. Écris les formules donnant α et β . (1 pt)

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = f(\alpha).$$

→ Le second se calcule à partir du premier, jamais indépendamment.

2. Calcule α pour cette fonction. (1 pt)

$$\frac{-(-8)}{2 \times 2} = 2$$

→ Le signe de b fait partie du coefficient : $b = -8$.3. Calcule β . (1 pt)

$$2 \times 4 - 8 \times 2 + 5 = -3$$

→ On évalue f en $\alpha = 2$.

4. Écris la forme canonique et conclus sur l'extrémum. (1 pt)

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 3 : \text{minimum } -3, \text{ atteint en } x = 2.$$

→ Le carré est nul en 2 et positif ailleurs ; comme $a > 0$, c'est un minimum.

Exercice 3 — Le discriminant

5 pts 14 min

Calculer un discriminant et des racines

On résout $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

LA RÈGLE DU COURS

Un seul nombre décide du nombre de racines, et son calcul comporte un passage où presque tout le monde se trompe quand un coefficient est négatif.

1. Que décide le signe de Δ ? (1 pt)

Deux racines distinctes si $\Delta > 0$, une racine double si $\Delta = 0$, aucune racine réelle si $\Delta < 0$.

→ Chercher des racines quand $\Delta < 0$ est une faute de raisonnement, pas une maladresse.

2. Calcule $4ac$ à part, avec son signe. (1 pt)

$$4 \times 2 \times (-2) = -16$$

→ Calculer ce produit à part évite l'erreur de signe la plus fréquente.

3. Calcule Δ . (1 pt)

$$9 - (-16) = 25$$

→ c étant négatif, $-4ac$ ajoute 16 au lieu de retrancher.

4. Donne les deux racines. (1 pt)

$$\frac{-3-5}{4} = -2 \text{ et } \frac{-3+5}{4} = 0,5.$$

→ On garde $2a$ au dénominateur des deux racines.

5. Vérifie par la somme des racines. (1 pt)

$$-2 + 0,5 = -1,5, \text{ ce qui est bien } \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}.$$

→ Deux additions mentales attrapent presque toutes les erreurs de calcul.

Exercice 4 — Somme, produit et signe

4 pts 13 min

Utiliser somme, produit et signe du trinôme

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux relations entre les racines servent à vérifier — et à résoudre un problème de partage sans poser de système. Le signe du trinôme, lui, tient en une formule qui couvre les trois cas.

1. Que valent la somme et le produit des racines ? (1 pt)

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ et } x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

→ C'est d'abord une vérification gratuite après tout calcul.

2. Deux nombres ont pour somme 7 et pour produit 12. De quelle équation sont-ils les racines ? (1 pt)

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

→ Deux nombres de somme S et de produit P sont les racines de $x^2 - Sx + P = 0$.

3. Résous cette équation. (1 pt)

$$\Delta = 49 - 48 = 1, \text{ d'où les racines 3 et 4.}$$

→ On vérifie sur l'énoncé : $3 + 4 = 7$ et $3 \times 4 = 12$.

4. Énonce la règle du signe d'un trinôme. (1 pt)

Il est du signe de a partout, sauf entre les racines lorsqu'il en a deux.

→ Une inéquation se résout par ce tableau, jamais en divisant par une expression contenant x .

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. Le double signe négligé dans le discriminant. Le facteur dominant oublié dans une factorisation. Et une inéquation résolue par une division interdite.

1. « $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 9 - 16 = -7$, donc pas de racine. » (1 pt)

$\Delta = 9 + 16 = 25$: il y a deux racines.

→ Le produit $4ac$ vaut -16 , et le soustraire revient à ajouter 16.

2. « $2x^2 + 3x - 2$ se factorise en $(x + 2)(x - \frac{1}{2})$. » (1 pt)

Il faut garder le facteur 2 : $2(x + 2)(x - \frac{1}{2})$.

→ Sans lui, le coefficient dominant vaudrait 1 au lieu de 2.

3. « Pour résoudre $x^2 > 3x$, je divise les deux membres par x . » (1 pt)

Il faut ramener tout dans un membre et faire un tableau de signe.

→ On ignore le signe de x , donc le sens de l'inégalité après division.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Les trois écritures et leurs usages	4 points — 1 par question	Une forme calculée alors qu'une autre répondait à la question.
Ex.2	La forme canonique et l'extrémum	4 points — 1 par question	Un extrémum annoncé sans dire où il est atteint.
Ex.3	Le discriminant et les racines	5 points — 1 par question	Un $4ac$ négatif soustrait au lieu d'être ajouté.
Ex.4	Somme, produit et signe du trinôme	4 points — 1 par question	Une inéquation résolue en divisant par une expression contenant x .
Ex.5	L'erreur repérée, et le calcul juste donné	3 points — 1 par ligne	Un facteur a oublié dans une factorisation.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant à te ramener au second degré : une équation bicarrée en posant $X = x^2$, une comparaison de deux fonctions en ramenant tout dans un membre.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en vérifiant chaque paire de racines par la somme $-\frac{b}{a}$ et le produit $\frac{c}{a}$. Deux additions mentales attrapent presque toutes les erreurs de calcul.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens la formule qui couvre les trois cas : le trinôme est du signe de a partout, sauf entre les racines.