

Suites numériques — Arithmétiques et géométriques

Mathématiques · Première
Contrôle n°1 · 60 min · sur 20

Exercice 1 — Deux façons d'avancer

5 pts 13 min

Définir suites arithmétiques et géométriques

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux opérations, répétées à chaque pas, donnent les deux familles du chapitre. Chacune a une écriture qui donne le terme suivant, et une autre qui donne n'importe lequel directement.

1. Qu'est-ce qu'une suite arithmétique de raison r ? (1 pt)

Une suite où l'on passe de chaque terme au suivant en ajoutant r : $u_{n+1} = u_n + r$.

→ C'est la définition par récurrence : elle donne le suivant, pas le centième.

2. Quel est son terme général, la suite commençant à u_0 ? (1 pt)

$$u_n = u_0 + nr$$

→ On a ajouté r exactement n fois depuis u_0 .

3. Qu'est-ce qu'une suite géométrique de raison q ? (1 pt)

Une suite où l'on passe de chaque terme au suivant en multipliant par q .

→ La relation s'écrit $u_{n+1} = q \times u_n$.

4. Quel est son terme général, la suite commençant à u_0 ? (1 pt)

$$u_n = u_0 \times q^n$$

→ On a multiplié par q exactement n fois.

5. Comment reconnaît-on la nature d'une suite, et sur combien de valeurs conclut-on ? (1 pt)

On calcule les différences, puis les quotients ; on ne conclut jamais sur deux valeurs seulement.

→ L'énoncé attend une démonstration pour un n quelconque, pas une constatation.

Exercice 2 — L'indice et le pourcentage

4 pts 12 min

Traduire un énoncé en suite

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux détails font perdre plus de points que tout le reste du chapitre : l'endroit où la suite commence, et la façon de traduire un pourcentage. Ni l'un ni l'autre ne produit d'absurdité visible.

1. Une suite arithmétique commence à u_1 . Quel est son terme général ? (1 pt)

$$u_n = u_1 + (n - 1)r$$

→ Entre u_1 et u_n , on n'ajoute r que $n - 1$ fois.

2. Comment vérifier qu'un terme général a le bon indice ? (1 pt)

En le testant sur le premier terme : avec $n = 1$, il doit redonner u_1 .

→ S'il donne $u_1 + r$, l'indice est décalé d'un cran.

3. Quelle est la raison d'une suite modélisant une hausse de 4 % par an ? (1 pt)

$$1,04$$

→ La raison est le coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$, pas le pourcentage.

4. Et pour une baisse de 3 % par an ? (1 pt)

$$0,97$$

→ Une baisse donne un coefficient inférieur à 1, jamais un nombre négatif.

Exercice 3 — Le sens de variation

4 pts 11 min

Déterminer le sens de variation d'une suite

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Pour l'une des deux familles, un signe décide seul. Pour l'autre, c'est une position par rapport à 1 — et un cas particulier ne rentre dans aucune des deux cases.

1. Qu'est-ce qui décide du sens de variation d'une suite arithmétique ? (1 pt)

Le signe de r : croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$, constante si $r = 0$.

→ Rien d'autre n'entre en jeu : ni le premier terme, ni le rang.

2. Et pour une suite géométrique à termes strictement positifs ? (1 pt)

La position de q par rapport à 1 : croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$.

→ C'est 1, et non 0, qui sert de frontière.

3. Que se passe-t-il si q est négatif ? (1 pt)

Les termes changent de signe à chaque pas : la suite alterne.

→ Elle n'est alors ni croissante ni décroissante.

4. Quelle différence y a-t-il entre intérêts simples et intérêts composés ? (1 pt)

Les premiers suivent une suite arithmétique, les seconds une suite géométrique.

→ Une suite géométrique fait porter les intérêts sur les intérêts.

Exercice 4 — Seuils et sommes

4 pts 14 min

Chercher un seuil et sommer des termes

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Chercher un seuil, c'est trouver le premier rang qui convient — et le prouver des deux côtés. Sommer, c'est appliquer l'une de deux formules, en comptant des termes et non des pas.

1. Une population de 5 000 bactéries augmente de 20 % par heure. Quelle est la raison de la suite ? (1 pt)

1,20

→ Une hausse de 20 % donne le coefficient $1 + 0,2$.

2. Calcule les populations après une, deux et trois heures. (1 pt)

$5000 \times 1,2 = 6000$, puis $6000 \times 1,2 = 7200$, puis $7200 \times 1,2 = 8640$.

→ On avance de proche en proche avec la relation de récurrence.

3. Au bout de combien d'heures la population dépasse-t-elle 10 000 ? Justifie des deux côtés. (1 pt)

Au bout de 4 heures : $8640 \times 1,2 = 10368 > 10000$, alors que la troisième heure donnait $8640 < 10000$.

→ Le double contrôle prouve qu'on a bien le premier rang, et pas seulement un rang qui marche.

4. Comment se calcule la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ? (1 pt)

Nombre de termes multiplié par la moyenne du premier et du dernier.

→ Elle se redémontre en appariant les termes des deux extrémités.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. Un pourcentage pris pour une raison. Un indice de départ négligé. Et une nature de suite affirmée sur quelques exemples.

1. « Une hausse annuelle de 3 % donne une suite géométrique de raison 0,03. » (1 pt)

La raison vaut 1,03.

→ Multiplier par 0,03 diviserait le capital par trente-trois au lieu de l'augmenter.

2. « La suite commence à u_1 , donc $u_n = u_1 + nr$. » (1 pt) $u_n = u_1 + (n - 1)r$.→ Testée en $n = 1$, la formule fausse donne $u_1 + r$ au lieu de u_1 .

3. « J'ai calculé trois quotients égaux : la suite est donc géométrique. » (1 pt)

Il faut le démontrer pour un n quelconque.

→ Trois exemples sont une constatation, pas une démonstration.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Les deux natures et leurs termes généraux	5 points — 1 par question	Une relation de récurrence donnée là où le terme général est demandé.
Ex.2	L'indice de départ et le coefficient multiplicateur	4 points — 1 par question	Un taux de 3 % traduit par une raison de 0,03.
Ex.3	Les variations selon la raison	4 points — 1 par question	Une suite géométrique de raison négative déclarée décroissante.
Ex.4	Seuil et sommes	4 points — 1 par question	Un seuil donné sans vérifier le rang précédent.
Ex.5	L'erreur repérée, et le calcul juste donné	3 points — 1 par ligne	Une nature de suite conclue sur trois exemples.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant à mesurer l'écart entre les deux modèles : 1 000 € à 5 % d'intérêts simples donnent 2 000 € en vingt ans, les mêmes 5 % composés en donnent près de 2 653. Le même taux, la même durée, et six cents euros d'écart.

10 à 15

Refais l'exercice 2 en testant chaque terme général sur le premier terme : avec $n = 1$, la formule doit redonner u_1 . Si elle donne $u_1 + r$, l'indice est faux.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens le réflexe du pourcentage : applique la raison au premier terme et regarde le résultat. S'il s'effondre alors que l'énoncé annonce une hausse, la raison est fausse.