

CORRIGÉ

Introduction à la trigonométrie — Radian et cercle unité

Mathématiques · Seconde
Contrôle n°1 · 55 min · sur
20

Exercice 1 — Le radian

4 pts 10 min

Convertir degrés et radians

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Une unité d'angle mesure une longueur, et un seul repère suffit à passer d'une unité à l'autre. Le sens de la conversion se décide en regardant ce qu'on veut simplifier.

1. Que mesure un radian ? (1 pt)

La longueur de l'arc découpé sur un cercle de rayon 1.

→ Le tour complet vaut alors 2π .

2. Quel repère unique permet toutes les conversions ? (1 pt)

$180^\circ = \pi$

→ Toutes les valeurs courantes s'en déduisent par division.

3. Convertis 60° en radians. (1 pt)

$\frac{\pi}{3}$

→ On multiplie par $\frac{\pi}{180}$, et $\frac{60}{180} = \frac{1}{3}$.

4. Convertis $\frac{\pi}{4}$ en degrés. (1 pt)

45°

→ On multiplie par $\frac{180}{\pi}$: le π se simplifie, et $\frac{180}{4} = 45$.

Exercice 2 — Le cercle trigonométrique

5 pts 13 min

Définir cosinus et sinus sur le cercle

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un cercle d'un certain rayon, un point qui tourne dans un sens convenu, et deux coordonnées qui reçoivent chacune un nom. C'est toute la définition, et elle remplace celle du collège.

1. Quel est le rayon du cercle trigonométrique, et où est-il centré ? (1 pt)

Rayon 1, centré à l'origine d'un repère orthonormé.

→ Un rayon égal à 1 est ce qui fait de la longueur de l'arc la mesure de l'angle.

2. Depuis quel axe et dans quel sens mesure-t-on l'angle ? (1 pt)

Depuis l'axe des abscisses, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

→ C'est le sens conventionnellement positif.

3. Que représentent $\cos \theta$ et $\sin \theta$? (1 pt)

L'abscisse et l'ordonnée du point M associé à l'angle.

→ Le point s'écrit $M(\cos \theta; \sin \theta)$.

4. Pourquoi cette définition vaut-elle mieux que celle du collège ? (1 pt)

Parce qu'elle vaut pour n'importe quel angle, positif, négatif ou supérieur à un tour.

→ Le rapport de longueurs n'existait qu'entre 0° et 90° .

5. Entre quelles valeurs un cosinus et un sinus sont-ils nécessairement compris ? (1 pt)

Entre -1 et 1 .

→ Le point est sur un cercle de rayon 1 : ses coordonnées ne peuvent pas sortir de là.

Exercice 3 — La relation fondamentale

4 pts 11 min

Employer la relation fondamentale

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un théorème du collège, appliqué au triangle formé par le point, l'origine et sa projection, donne une égalité qui sert dans tout le reste du programme.

1. Écris la relation fondamentale. (1 pt)

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

→ Elle vient du théorème de Pythagore appliqué au cercle de rayon 1.

2. Comment en déduit-on $\sin^2 \theta$? (1 pt)

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

→ On isole le terme cherché en faisant passer le carré du cosinus de l'autre côté.

3. Un calcul donne $\cos \theta = 1,3$. Que faut-il en conclure ? (1 pt)

Que le calcul est faux : le point serait hors du cercle de rayon 1.

→ L'erreur peut aussi venir du mode de la calculatrice.

4. Quel contrôle gratuit faut-il faire sur tout cosinus ou sinus ? (1 pt)

Vérifier qu'il appartient à $[-1; 1]$.

→ Il attrape la moitié des erreurs de signe et de conversion.

Exercice 4 — Un calcul complet

4 pts 11 min

Calculer un sinus à partir d'un cosinus

On sait que $\cos \theta = \frac{3}{5}$ et que θ est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

LA RÈGLE DU COURS

Connaissant l'un, on trouve l'autre — mais un carré admet deux racines, et il faut une information supplémentaire pour trancher. L'énoncé la donne toujours.

1. Calcule $\cos^2 \theta$. (1 pt)

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0,36$$

→ On élève la fraction au carré, numérateur et dénominateur.

2. Calcule $\sin^2 \theta$. (1 pt)

$$1 - 0,36 = 0,64$$

→ On applique la relation fondamentale.

3. Quelles sont les deux racines possibles ? (1 pt)

$$0,8 \text{ et } -0,8$$

→ Un carré admet toujours deux racines opposées.

4. Laquelle retenir, et pourquoi ? (1 pt)

0,8, parce qu'entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ le point est dans le quart de plan supérieur droit.

→ Son ordonnée y est positive : c'est l'intervalle donné qui tranche.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. La calculatrice laissée dans la mauvaise unité. Les deux coordonnées échangées. Et une conversion faite à l'envers.

1. « L'angle est donné en radians, je laisse ma calculatrice en degrés. » (1 pt)

Il faut la passer en radians avant tout calcul.

→ Dans la mauvaise unité, tous les résultats sont faux sans qu'aucun message ne le signale.

2. « Le cosinus est l'ordonnée du point, et le sinus son abscisse. » (1 pt)

Le cosinus est l'abscisse, le sinus l'ordonnée.

→ L'ordre alphabétique des deux mots suit celui des deux axes.

3. « Pour convertir 60° en radians, je multiplie par $\frac{180}{\pi}$. » (1 pt)On multiplie par $\frac{\pi}{180}$.

→ L'autre facteur sert dans le sens inverse, des radians vers les degrés.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le radian et les conversions	4 points — 1 par question	Une conversion faite dans le mauvais sens.
Ex.2	Le cercle et la définition des coordonnées	5 points — 1 par question	Cosinus et sinus échangés.
Ex.3	La relation fondamentale et la borne	4 points — 1 par question	Un cosinus supérieur à 1 laissé sans réaction.
Ex.4	Un calcul mené, signe compris	4 points — 1 par question	Les deux racines laissées sans choisir.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Un résultat impossible accepté sans contrôle.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant sur les valeurs remarquables en les lisant comme une suite : le cosinus prend $\frac{\sqrt{4}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{1}}{2}$, $\frac{\sqrt{0}}{2}$, et le sinus fait l'inverse. Une seule suite au lieu de dix valeurs.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en contrôlant chaque résultat : appartient-il à $[-1; 1]$? Ce contrôle est gratuit et attrape la moitié des erreurs du chapitre.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens le seul repère utile : $180^\circ = \pi$. Toutes les conversions courantes s'en déduisent par division.