

Fonctions de référence : carré, racine, inverse, cube

Mathématiques · Seconde
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Domaines et variations

5 pts 13 min

Connaître les fonctions de référence

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Quatre fonctions, quatre domaines, et des variations qui ne se ressemblent pas. L'une d'elles demande deux phrases là où les autres n'en demandent qu'une.

1. Sur quel ensemble la fonction racine carrée est-elle définie, et comment y varie-t-elle ? (1 pt)

Sur $[0; +\infty[$, où elle est croissante.

→ Sa courbe part de l'origine et monte de plus en plus lentement.

2. Donne le domaine et les variations de la fonction carré. (1 pt)

Définie sur $\mathbb{R}$, décroissante sur $] -\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

→ Son minimum vaut 0, atteint en 0.

3. Sur quel ensemble la fonction inverse est-elle définie ? (1 pt)

 $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

→ Zéro est exclu : on ne divise pas par zéro.

4. Pourquoi ne peut-on pas dire que l'inverse est décroissante sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$? (1 pt)**Parce qu'avec $a = -1$ et $b = 1$, on a $a < b$ et pourtant $f(a) < f(b)$.**

→ Elle décroît sur chaque intervalle, pas sur leur réunion : deux intervalles séparés exigent deux phrases.

5. Laquelle des quatre est croissante sur $\mathbb{R}$ tout entier ? (1 pt)**La fonction cube.**

→ C'est la seule des quatre dans ce cas.

Exercice 2 — Symétries et extremums

4 pts 11 min

Reconnaître les symétries des fonctions de référence

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux des quatre courbes ont une symétrie, et ce ne sont pas les mêmes symétries. Un extremum, lui, se dit toujours en deux morceaux : la valeur atteinte, et l'endroit où elle l'est.

1. La fonction carré est-elle paire ou impaire, et quelle symétrie en découle ? (1 pt)

Paire : sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

→ Cette courbe porte un nom : la parabole.

2. Même question pour l'inverse et le cube. (1 pt)

Toutes deux impaires : leurs courbes sont symétriques par rapport à l'origine.

→ La courbe de l'inverse porte un nom : l'hyperbole.

3. Combien de branches la courbe de l'inverse comporte-t-elle ? (1 pt)

Deux, symétriques par rapport à l'origine.

→ C'est ce qui interdit d'annoncer une variation unique sur les deux.

4. Quel extremum la fonction carré possède-t-elle, et où ? (1 pt)

Un minimum qui vaut 0, atteint en 0.

→ La racine carrée, elle, n'a pas de maximum : sa courbe monte sans jamais s'arrêter.

Exercice 3 — Comparer sans calculer

4 pts 11 min

Comparer deux images par les variations

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Sur un intervalle croissant, l'ordre se transmet ; sur un intervalle décroissant, il s'inverse. Une seule opération de ce chapitre réserve une surprise selon l'endroit où l'on se place.

1. Compare $\sqrt{7}$ et $\sqrt{8}$ sans calculatrice, et justifie. (1 pt)

$\sqrt{7} < \sqrt{8}$, car la fonction racine est croissante.

→ Sur un intervalle croissant, $a < b$ entraîne $f(a) < f(b)$.

2. Calcule $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ et compare au nombre de départ. (1 pt)

$\frac{1}{4}$, qui est plus petit que $\frac{1}{2}$.

→ Élever au carré a diminué le nombre.

3. Calcule 3^2 et compare au nombre de départ. (1 pt)

9, qui est plus grand que 3.

→ Cette fois le carré a augmenté le nombre : tout dépend de l'endroit.

4. Où se situe la frontière entre les deux comportements ? (1 pt)

En 1, qui est son propre carré.

→ Le carré agrandit au-delà de 1 et rapetisse entre 0 et 1.

Exercice 4 — Transformer une courbe

4 pts 10 min

Lire une transformation dans l'écriture

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Trois écritures, trois effets. Deux déplacent la courbe, la troisième la retourne — et l'une des deux translations a un signe qui prend tout le monde à contre-pied.

1. Quel effet a l'écriture $f(x) + k$ sur la courbe ? (1 pt)

Elle la translate vers le haut de k , vers le bas si k est négatif.

→ C'est la transformation dont le signe se devine sans effort.

2. Quel effet a l'écriture $f(x + k)$? (1 pt)

Elle translate la courbe vers la gauche de k .

→ Le signe est contre-intuitif : c'est là que se perdent les points.

3. Où se situe le minimum de $g(x) = (x - 3)^2$, et que cela prouve-t-il ? (1 pt)

En $x = 3$: le sommet s'est déplacé vers la droite.

→ Il est atteint quand $x - 3 = 0$, ce qui se vérifie en trois secondes.

4. Quel effet a l'écriture $-f(x)$, et comment s'appelle-t-elle ? (1 pt)

Elle retourne la courbe par rapport à l'axe des abscisses : c'est une réflexion.

→ Ce n'est pas une translation, et le mot compte.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. L'ordre cru conservé sur un intervalle décroissant. Le carré tenu pour une opération qui agrandit toujours. Et un décalage horizontal pris à l'envers.

1. « Comme $-5 < -2$, on a $(-5)^2 < (-2)^2$. » (1 pt)

$25 > 4$: l'ordre s'inverse.

→ Sur $] -\infty; 0]$ la fonction carré est décroissante, et un intervalle décroissant retourne l'ordre.

2. « Élever un nombre au carré l'augmente toujours. » (1 pt)

Le carré diminue les nombres compris entre 0 et 1.

→ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, et la frontière est 1.

3. « La courbe de $g(x) = (x - 3)^2$ est celle de x^2 décalée de 3 vers la gauche. » (1 pt)

Elle est décalée de 3 vers la droite.

→ Son minimum est atteint quand $x - 3 = 0$, donc en 3.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Les quatre domaines et les quatre variations	5 points — 1 par question	L'inverse déclarée décroissante sur la réunion des deux intervalles.
Ex.2	Les symétries et les extremums	4 points — 1 par question	Une parité affirmée sans dire de quelle symétrie elle s'accompagne.
Ex.3	La comparaison par les variations	4 points — 1 par question	Deux images comparées à la calculatrice au lieu du sens de variation.
Ex.4	Les trois transformations lues dans l'écriture	4 points — 1 par question	Un décalage horizontal pris dans le mauvais sens.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	« Le carré, ça augmente » tenu pour une règle générale.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant à reconnaître une fonction de référence sous ses déguisements : la plupart des courbes que tu rencontreras sont l'une des quatre, déplacée, retournée ou étirée.

10 à 15

Refais l'exercice 4 en annulant la parenthèse à chaque fois : le minimum de $(x - 3)^2$ est atteint quand $x - 3 = 0$, donc en 3, donc à droite. Trois secondes valent mieux qu'une règle mal retenue.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et trace les quatre courbes de mémoire, avec leur domaine écrit à côté. Tout le reste du chapitre se lit dessus.