



NIVEAU 2 SUR 3

Standard

Le niveau d'un contrôle de classe : calculer, résoudre graphiquement, exploiter un tableau de variations.

Questions guidées, sans banque de mots · 60 minutes · sur 20

Généralités sur les fonctions

Corrigé du contrôle **niveau 2 · Standard**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Images et antécédents par le calcul

Calculer

⌚ 9 min

3,5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📖 L'image de a se calcule en remplaçant x par a . Les antécédents de k sont les solutions de l'équation $f(x) = k$: par une fonction affine non constante, il y en a un ; par $x \mapsto x^2 - 5$, il peut y en avoir deux, ou aucun.

- a Calcule l'image de -2 par f .

0,5 pt

✓ $f(-2) = 10$

→ **Pourquoi.** $f(-2) = -3 \times (-2) + 4 = 6 + 4 = 10$: le produit de deux nombres négatifs est positif.

- b Détermine l'antécédent de -11 par f .

1 pt

✓ 5

→ **Pourquoi.** On résout $-3x + 4 = -11$: $-3x = -15$, donc $x = 5$. Contrôle : $f(5) = -15 + 4 = -11$.

- c Détermine les antécédents de 4 par g .

1 pt

✓ -3 et 3

→ **Pourquoi.** On résout $x^2 - 5 = 4$, soit $x^2 = 9$: deux solutions, 3 et -3 , car $(-3)^2 = 9$ aussi.

- d Le nombre -6 a-t-il des antécédents par g ? Justifie.

1 pt

✓ **Non** : $x^2 - 5 = -6$ donne $x^2 = -1$, ce qui est impossible.

→ **Pourquoi.** Un carré est toujours positif ou nul : aucun réel n'a pour carré -1 . D'ailleurs $g(x) \geq -5$ pour tout réel x .

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un seul antécédent donné pour 4 par g : 0,5 sur 1.
Barème : 3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Ne donner que 3 comme antécédent de 4 par g : -3 convient aussi.
- Écrire $x = \sqrt{-1}$: la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas, il n'y a aucun antécédent.
- Calculer $-3 \times (-2)$ comme -6 .

RAPPEL DE COURS



On parcourt l'expression et on liste chaque dénominateur, qui doit être non nul, et chaque racine carrée, dont le contenu doit être positif ou nul. Le domaine est formé des nombres qui respectent toutes les conditions à la fois.

a $u(x) = \sqrt{6 - 2x}$

1 pt

✓ $D_u =] - \infty ; 3]$

→ **Pourquoi.** La racine exige $6 - 2x \geq 0$, c'est-à-dire $6 \geq 2x$, soit $x \leq 3$; la borne 3 est incluse car $\sqrt{0} = 0$.

b $v(x) = \frac{5}{x^2 - 9}$

1 pt

✓ $D_v = \mathbb{R} \setminus \{-3 ; 3\}$

→ **Pourquoi.** Le dénominateur s'annule quand $x^2 = 9$, soit pour $x = 3$ et pour $x = -3$: deux valeurs à exclure, pas une seule.

c $w(x) = \sqrt{x - 2} + \frac{1}{x}$

1 pt

✓ $D_w = [2 ; +\infty[$

→ **Pourquoi.** Deux conditions : $x - 2 \geq 0$, soit $x \geq 2$, et $x \neq 0$. Tout nombre supérieur ou égal à 2 est déjà non nul : la seconde condition n'exclut rien de plus.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le domaine juste sans la condition écrite : 0,5 sur 1.

Barème : 3 points — 1 par fonction.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Pour v , n'exclure que 3 : le carré de -3 vaut aussi 9.
- Pour w , répondre $[2 ; +\infty[\setminus \{0\}$: 0 n'est déjà pas dans $[2 ; +\infty[$.
- Écrire $x \geq 3$ pour u : il faut $6 \geq 2x$, donc $x \leq 3$.

RAPPEL DE COURS



Résoudre graphiquement $f(x) = k$, c'est relever les abscisses de tous les points d'intersection de la courbe avec la droite horizontale $y = k$. Résoudre $f(x) \geq k$, c'est garder les abscisses des points situés sur cette droite ou au-dessus : l'ensemble est souvent une réunion d'intervalles. Le tableau de variations porte une flèche par intervalle et les valeurs aux extrémités.

a Calcule $f(1)$ et $f(3)$ à partir de l'expression, puis vérifie que les points obtenus sont sur la courbe.

1 pt

✓ $f(1) = 0$ et $f(3) = 2$: les points $(1 ; 0)$ et $(3 ; 2)$ sont sur la courbe.

→ **Pourquoi.** $f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$ et $f(3) = 27 - 27 + 2 = 2$. Le calcul donne des valeurs exactes ; le graphique les confirme.

b Résous graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

1 pt

✓ Deux solutions : $x = 0$ et $x = 3$.

→ **Pourquoi.** La droite d'ordonnée 2 touche la courbe en son sommet, au-dessus de 0, et à son extrémité droite, au-dessus de 3. Le calcul le confirme : $f(0) = 2$.

- c Combien l'équation $f(x) = 1$ a-t-elle de solutions sur $[-1; 3]$? Encadre chacune entre deux entiers consécutifs.

1,5 pt

✓ **Trois solutions : une entre -1 et 0 , une entre 0 et 1 , une entre 2 et 3 .**

→ **Pourquoi.** La droite d'ordonnée 1 coupe la courbe pendant la première montée, pendant la descente et pendant la dernière montée. Valeurs approchées : environ $-0,5$; $0,7$; $2,9$.

- d Dresse le bilan des variations de f sur $[-1; 3]$, présenté comme dans le cours.

1,5 pt

✓ **$x : -1 ; 0 ; 2 ; 3$. f croît de -2 à 2 , décroît jusqu'à -2 , puis croît jusqu'à 2 .**

→ **Pourquoi.** Le sens de variation change en 0 et en 2 ; on écrit aux extrémités des flèches $f(-1) = -2$, $f(0) = 2$, $f(2) = -2$ et $f(3) = 2$.

- e Résous graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$. Donne l'ensemble des solutions comme une réunion d'intervalles.

1,5 pt

✓ **$S \approx [-0,7; 1] \cup [2,7; 3]$**

→ **Pourquoi.** On garde les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses ou au-dessus. La courbe coupe l'axe exactement en 1, et vers $-0,7$ et $2,7$: ces deux bornes sont des lectures approchées.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une inéquation résolue en un seul intervalle quand il en faut deux : $0,5$ sur $1,5$.

Barème : $6,5$ points — $1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 1,5$.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- S'arrêter à la première intersection avec la droite $y = 1$: il y en a trois.
- Donner l'ensemble des solutions de $f(x) \geq 0$ en un seul intervalle, en oubliant le morceau proche de 3 .
- Écrire dans le tableau les abscisses 0 et 2 sur la ligne de f , à la place des valeurs 2 et -2 .

4 Un tableau de variations, sans la courbe

Ⓢ Raisonner et justifier · Exploiter des variations

🕒 12 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Sur un intervalle où g est croissante, $a < b$ entraîne $g(a) \leq g(b)$; où elle est décroissante, l'ordre est inversé.

Si g va de m à M sur un intervalle, toute valeur entre les deux y est atteinte une fois : on additionne les intervalles pour compter les solutions.

- a Compare $g(-3)$ et $g(-2)$.

1 pt

✓ **$g(-3) \leq g(-2)$**

→ **Pourquoi.** -3 et -2 sont dans $[-4; -1]$, où g est croissante : l'ordre est conservé, et $-3 < -2$ donne $g(-3) \leq g(-2)$.

- b Compare $g(0)$ et $g(2)$.

1 pt

✓ **$g(0) \geq g(2)$**

→ **Pourquoi.** 0 et 2 sont dans $[-1; 3]$, où g est décroissante : l'ordre est inversé, et $0 < 2$ donne $g(0) \geq g(2)$.

- c Combien l'équation $g(x) = 2$ a-t-elle de solutions sur $[-4; 6]$?

1 pt

✓ **Trois solutions.**

→ **Pourquoi.** 2 est compris entre 1 et 5 (montée sur $[-4; -1]$), entre 5 et -2 (descente sur $[-1; 3]$), entre -2 et 3 (montée sur $[3; 6]$) : une solution sur chaque intervalle.

d Quelle est la plus grande valeur prise par g sur $[-4; 6]$, et pour quel x ? Même question pour la plus petite.

1 pt

✓ 5, atteinte pour $x = -1$; -2, atteinte pour $x = 3$.

→ **Pourquoi.** On compare les valeurs écrites dans le tableau : 1, 5, -2 et 3. La plus grande est 5, la plus petite -2 ; les abscisses -1 et 3 disent où elles sont atteintes.

⚠ **CE QUI COÛTE DES POINTS**

Une comparaison juste sans référence au sens de variation : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par question.

🔍 **ERREURS FRÉQUENTES**

- Comparer $g(0)$ et $g(2)$ comme 0 et 2 : sur $[-1; 3]$, g inverse l'ordre.
- Oublier la solution de la dernière montée, de -2 à 3, qui atteint pourtant 2.
- Répondre « le maximum est -1 » : -1 est l'abscisse, le maximum vaut 5.

5 La parité par le calcul

🧮 Calculer · Raisonner et justifier

🕒 9 min

3 pts

RAPPEL DE COURS



On calcule $f(-x)$ en remplaçant x par $-x$ partout : si $f(-x) = f(x)$ pour tout x , f est paire ; si $f(-x) = -f(x)$ pour tout x , elle est impaire. Pour montrer qu'elle n'est ni l'une ni l'autre, un seul couple de valeurs bien choisi suffit.

a $p(x) = 2x^3 + x$

1 pt

✓ p est impaire.

→ **Pourquoi.** $p(-x) = 2(-x)^3 + (-x) = -2x^3 - x = -(2x^3 + x) = -p(x)$ pour tout réel x .

b $q(x) = x^4 - 3x^2$

1 pt

✓ q est paire.

→ **Pourquoi.** $(-x)^4 = x^4$ et $(-x)^2 = x^2$: $q(-x) = x^4 - 3x^2 = q(x)$ pour tout réel x .

c $h(x) = (x + 1)^2$

1 pt

✓ h n'est ni paire ni impaire.

→ **Pourquoi.** Contre-exemple : $h(1) = 4$ et $h(-1) = 0$. Comme $0 \neq 4$, h n'est pas paire ; comme $0 \neq -4$, elle n'est pas impaire.

⚠ **CE QUI COÛTE DES POINTS**

Une conclusion sans calcul de l'image de $-x$ ni contre-exemple : 0 sur 1.

Barème : 3 points — 1 par fonction.

🔍 **ERREURS FRÉQUENTES**

- Écrire $(-x)^3 = x^3$: une puissance impaire garde le signe moins.
- Conclure « h est impaire » parce qu'elle n'est pas paire : la plupart des fonctions ne sont ni l'une ni l'autre.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Images et antécédents calculés	1	3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1	Un seul antécédent donné pour 4 par g : 0,5 sur 1.
Les domaines justifiés	2	3 points — 1 par fonction	Le domaine juste sans la condition écrite : 0,5 sur 1.
La courbe exploitée : calculs, résolutions, tableau	3	6,5 points — 1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 1,5	Une inéquation résolue en un seul intervalle quand il en faut deux : 0,5 sur 1,5.
Le tableau de variations exploité	4	4 points — 1 par question	Une comparaison juste sans référence au sens de variation : 0,5 sur 1.
La parité étudiée par le calcul	5	3 points — 1 par fonction	Une conclusion sans calcul de l'image de $-x$ ni contre-exemple : 0 sur 1.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard — tu es ici



Niveau 3 · Approfondi



16 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

C'est le niveau attendu en classe, et tu l'as. Passe au niveau 3 — Approfondi : une copie à corriger, des affirmations à prouver ou réfuter et un problème d'optimisation.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Repère l'exercice où tu as perdu le plus de points et relis son rappel de cours. Refais le niveau 2 dans quelques jours ; vise 16 avant de passer au niveau 3.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Fais d'abord le niveau 1 — Essentiel : il vérifie la lecture d'une courbe et le vocabulaire dont ce contrôle a besoin. Reviens ensuite au niveau 2.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques Seconde · Généralités sur les fonctions.