



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, prouver, réfuter, modéliser : le chapitre sans aide.

Sans aucune aide · 60 minutes · sur 20

Généralités sur les fonctions

Contrôle **niveau 3 · Approfondi** · Mathématiques · sujet à rendre complété

60

MINUTES



20

POINTS



4

EXERCICES



3

DOCUMENTS



aucune

AIDE

COMPÉTENCES TRAVAILLÉES



Repérer une erreur et la corriger



Prouver ou réfuter



Modéliser une situation



Rédiger une justification

NOM	PRÉNOM	CLASSE	DATE	NOTE
.....				 / 20

CONSIGNES

- Durée : 60 minutes. Le temps conseillé est indiqué en tête de chaque exercice.
- Aucune aide n'est fournie : ni banque de mots, ni indice.
- Chaque réponse se justifie : une affirmation sans argument ne rapporte pas tous les points.
- Calculatrice autorisée. Une lecture graphique se donne comme une valeur approchée.

AVANT DE COMMENCER

- Un exemple ne prouve jamais une propriété générale ; un seul contre-exemple suffit à la réfuter.
- Le domaine d'une fonction issue d'un problème est imposé par la situation, pas seulement par l'expression.
- Un extremum se donne en deux morceaux : la valeur atteinte, et l'endroit où elle l'est.
- La parité se démontre pour tout x du domaine, par le calcul de $f(-x)$.

CE QUE CE NIVEAU ÉVALUE

- Les erreurs de raisonnement d'une copie, repérées et corrigées
- Des affirmations prouvées ou réfutées par un contre-exemple
- Un problème d'optimisation : modéliser, définir, conjecturer
- La parité démontrée puis exploitée pour compléter une courbe et trouver un extremum

BARÈME ET TEMPS CONSEILLÉ

EXERCICE	COMPÉTENCE	TEMPS	POINTS
1 Trouve l'erreur	Repérer une erreur et la corriger	12 min	4 points
2 Vrai ou faux ? Prouver ou réfuter	Prouver ou réfuter une affirmation	13 min	5 points
3 La plus grande boîte ☆ PHARE	Modéliser une situation	22 min	7 points
4 Une symétrie démontrée, puis exploitée	Démontrer et exploiter une parité	12 min	4 points
Total		59 min sur 60	20 points

La copie du **document 1** contient quatre erreurs ; les autres lignes sont justes. Pour chacune, **indique** la ligne, **explique** ce qui est faux et **écris** ce qu'il fallait dire.

 **Document 1** La copie d'un élève

¹ On étudie la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{x^2 + 4}$.

² Le dénominateur s'annule pour $x = 2$ et $x = -2$, donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

³ On calcule $f(1) = \frac{3}{5}$ et $f(-1) = \frac{3}{5}$.

⁴ Comme $f(-1) = f(1)$, la fonction f est paire.

⁵ On admet que f est croissante sur $[-3; 0]$ et décroissante sur $[0; 3]$.

⁶ Le maximum de f sur $[-3; 3]$ est donc 0.

⁷ On résout $f(x) = \frac{1}{2} : x^2 + 4 = 6$, donc $x^2 = 2$.

⁸ L'unique antécédent de $\frac{1}{2}$ est donc la racine carrée de 2.

Source : Copie rédigée pour ce contrôle : elle contient des erreurs volontaires.

LIGNE(S)	CE QUI EST FAUX, ET POURQUOI	CE QU'IL FALLAIT ÉCRIRE

2 Vrai ou faux ? Prouver ou réfuter

© Prouver ou réfuter · Rédiger une justification

🕒 13 min

5 pts

Pour chaque affirmation, **dis** si elle est vraie ou fausse, puis **justifie** : une preuve si elle est vraie, un contre-exemple si elle est fausse.

a « Le cercle de centre O et de rayon 2 est le graphique d'une fonction. »

1 pt

b « Si $f(-x) = -f(x)$ pour tout réel x , alors $f(0) = 0$. »

1 pt

c « Si $f(1) < f(4)$, alors f est croissante sur $[1 ; 4]$. »

1 pt

d « Sur $[-3 ; 5]$, le maximum de f vaut 4 ; l'équation $f(x) = 5$ n'a donc aucune solution sur cet intervalle. »

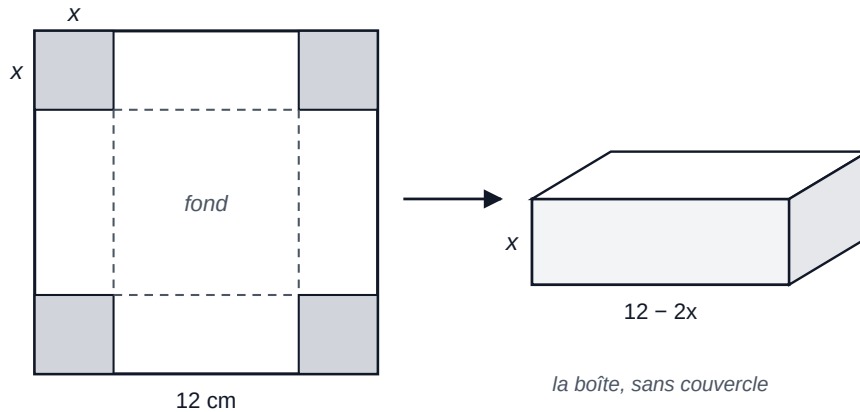
1 pt

e « Si f est croissante sur $[-2 ; 0]$ et sur $[0 ; 3]$, avec $f(-2) = 1$, alors $f(x) = 0$ n'a aucune solution sur $[-2 ; 3]$. »

1 pt

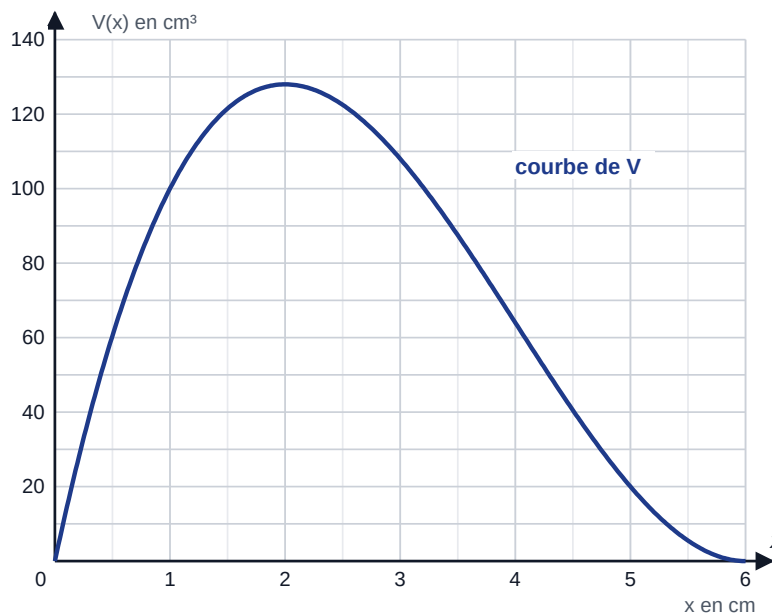
Dans une feuille carrée de 12 cm de côté, on découpe aux quatre coins un carré de côté x cm, puis on relève les bords pour obtenir une boîte sans couvercle (**document 2**). Le **document 3** représente le volume $V(x)$ de la boîte, en cm^3 . **Réponds** en rédigeant.

Document 2 De la feuille à la boîte



On découpe un carré de côté x aux quatre coins, puis on relève les bords le long des pointillés. Figure sans échelle. Source : Schéma dessiné pour ce contrôle.

Document 3 Le volume de la boîte en fonction de x



Quadrillage : une demi-unité en abscisse, 10 cm^3 en ordonnée. Source : Courbe tracée point par point pour ce contrôle à partir de l'expression de V .

a Justifie que $V(x) = x(12 - 2x)^2$.

1 pt

b Quelles valeurs de x ont un sens dans cette situation ? Dédus-en le domaine de V pour le problème. (1 pt)

c Calcule $V(1)$, $V(2)$ et $V(4)$. (1 pt)

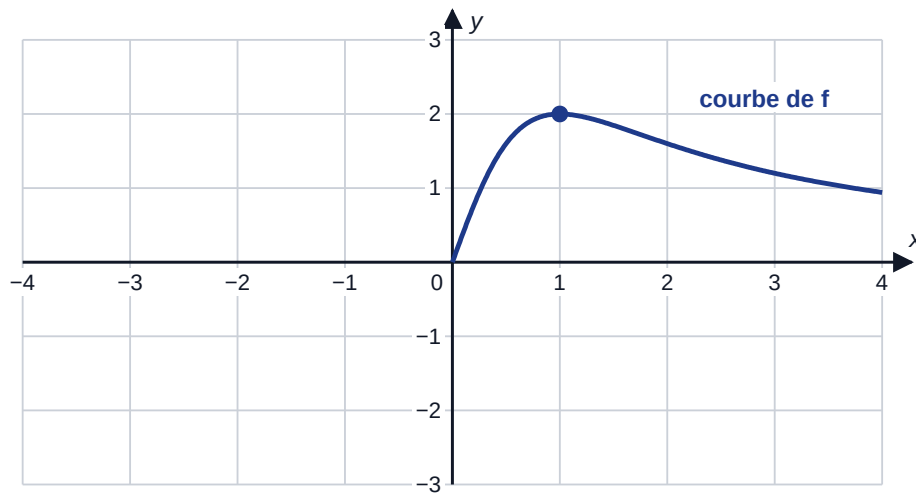
d D'après le document 3, dans quel sens varie V entre 0 et 2, puis entre 2 et 6 ? Résume-le par un tableau. (1 pt)

e Quelle conjecture peut-on faire sur le volume maximal ? Réponds par une phrase complète, avec les unités. (1 pt)

f Pour quelles valeurs de x le volume atteint-il au moins 100 cm^3 ? Lis la réponse sur le document 3. (1 pt)

g Combien de valeurs de x donnent une boîte de 64 cm^3 ? Justifie à partir des variations de V , puis donne ces valeurs. (1 pt)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$. La figure ne montre sa courbe que pour x compris entre 0 et 4.



Courbe de f sur $[0; 4]$, à compléter sur $[-4; 0]$ (question b). Le point marqué a pour coordonnées $(1; 2)$.

a Démontre que f est impaire.

1,5 pt

b Complète la courbe de f sur $[-4; 0]$.

1 pt

c On admet que, sur $[0; 4]$, f prend des valeurs comprises entre 0 et 2, et que 2 est son maximum, atteint en $x = 1$. Déduis-en, sans calcul, le minimum de f sur $[-4; 4]$.

1 pt

d Sur l'intervalle $[-2; 3]$, peut-on avoir $h(-x) = h(x)$ pour tout x ? Justifie.

0,5 pt



Avant de rendre ta copie

Coche ce que tu penses avoir réussi. Compare ensuite avec ta note.

COMPÉTENCE	JE SAIS...	PAS ENCORE	PRESQUE	ACQUIS
Repérer une erreur et la corriger	Je sais repérer une erreur de raisonnement et écrire la correction.	☐	☐	☐
Prouver ou réfuter	Je sais réfuter une affirmation par un contre-exemple chiffré.	☐	☐	☐
Modéliser une situation	Je sais exprimer une grandeur en fonction de x et fixer son domaine.	☐	☐	☐
Modéliser une situation	Je sais conjecturer un maximum et résoudre graphiquement une inéquation.	☐	☐	☐
Rédiger une justification	Je sais démontrer une parité et l'utiliser pour compléter une courbe.	☐	☐	☐

→ ET ENSUITE ?

La dernière page du corrigé dit quoi faire selon ta note : refaire ce niveau, passer au suivant ou revenir au précédent. Noircis un seul rond par ligne.

Ma note

..... / 20

avant correction : ma
prévision