

Nombres et calculs — fractions, racines et puissances

Mathématiques · Seconde
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — De quel ensemble parle-t-on

4 pts 10 min

Classer un nombre dans les ensembles usuels

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un nombre se classe après simplification, jamais sur sa première écriture. Et pour savoir si une fraction s'arrête, un seul critère décide, une fois la fraction rendue irréductible.

1. Qu'est-ce qu'un nombre décimal ? (1 pt)

Un nombre qui peut s'écrire comme un entier relatif divisé par une puissance de 10.

→ Autrement dit : son écriture décimale s'arrête.

2. Quel critère décide qu'une fraction est décimale ? (1 pt)

Une fois la fraction rendue irréductible, son dénominateur ne contient que des facteurs 2 et 5.

→ Un 3, un 7 ou un 11 au dénominateur, et l'écriture ne s'arrête jamais.

3. $\frac{6}{3}$ est-il un entier ? Justifie. (1 pt)**Oui : $6 \div 3 = 2$.**

→ L'écriture ressemble à une fraction, mais on classe après simplification.

4. La calculatrice affiche 0,285714285... pour $\frac{2}{7}$: ce nombre est-il rationnel ? (1 pt)**Oui : c'est un quotient de deux entiers.**

→ Son développement ne s'arrête pas, mais le motif 285714 se répète sans fin.

Exercice 2 — Intervalles, inter et union

5 pts 13 min

Traduire une inégalité en intervalle et opérer

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un crochet tourné vers l'intérieur ferme, tourné vers l'extérieur ouvre. Deux intervalles séparés par un trou ne se réunissent pas en un seul, et une borne litigieuse se tranche en y mettant le nombre.

1. Traduis $x \geq 2$ par un intervalle. (1 pt) **$[2; +\infty[$**

→ Le crochet se ferme sur 2, qui est atteint, et s'ouvre sur l'infini, qui ne l'est jamais.

2. Pourquoi le crochet qui borde $+\infty$ est-il toujours ouvert ? (1 pt)**Parce que $+\infty$ n'est pas un nombre : aucun réel ne l'atteint.**

→ Un crochet ne se ferme que sur une valeur atteinte.

3. Quel mot de l'énoncé commande une intersection, et lequel une réunion ? (1 pt)

« Et » commande l'intersection, « ou » la réunion.

→ Le « ou » est inclusif : être dans les deux suffit largement.

4. Soit $I = [-3; 8]$ et $J =]-\infty; 5[$. Le nombre 5 appartient-il à $I \cap J$? (1 pt)**Non : il est dans I mais pas dans J .**

→ Une borne litigieuse se tranche en y mettant le nombre, pas en regardant le dessin.

5. Peut-on écrire $] -1; 3[\cup [4; 9] =] -1; 9]$? (1 pt)**Non : 3,5 appartiendrait au résultat sans appartenir à aucun des deux ensembles.**

→ Quand un trou sépare les deux, le symbole d'union fait partie de la réponse.

Exercice 3 — Racines carrées

4 pts 11 min

Mettre une racine sous la forme $a\sqrt{b}$

Réponds à chaque question. Les valeurs demandées sont exactes.

LA RÈGLE DU COURS

La racine traverse les produits et les quotients, et eux seulement. Une écriture n'est finie ni tant qu'un carré parfait dort sous le radical, ni tant qu'une racine occupe le dénominateur.

1. Écris $\sqrt{200}$ sous la forme $a\sqrt{b}$. (1 pt)

$$10\sqrt{2}$$

→ $200 = 100 \times 2$, et $\sqrt{100} = 10$ sort du radical.

2. Pourquoi $\sqrt{72} = 2\sqrt{18}$ est-il juste mais inachevé ? (1 pt)

Parce que 18 contient encore le carré 9 : la forme attendue est $6\sqrt{2}$.

→ On sort le plus grand carré parfait, pas le premier qu'on voit.

3. Rends le dénominateur entier dans $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (1 pt)

$$\frac{\sqrt{5}}{5}$$

→ On multiplie haut et bas par $\sqrt{5}$: la valeur ne bouge pas, on a multiplié par 1.

4. Réduis $5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$. (1 pt)

$$2\sqrt{2}$$

→ C'est une réduction de termes semblables : $5 - 6 + 3 = 2$.

Exercice 4 — Puissances

4 pts 11 min

Calculer avec les puissances entières

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Trois règles ne valent qu'entre puissances de même base ; une quatrième exige au contraire le même exposant. Tant que deux bases différentes cohabitent, aucune règle ne s'applique.

1. Calcule $2^3 \times 2^5$. (1 pt)

$$2^8 = 256$$

→ Même base : les exposants s'additionnent, $3 + 5 = 8$.

2. Calcule $2^3 \times 3^3$. (1 pt)

$$6^3 = 216$$

→ Même exposant : ce sont les bases qui se multiplient, $2 \times 3 = 6$.

3. Que valent a^0 et a^{-n} , pour a non nul ? (1 pt)

$$a^0 = 1 \text{ et } a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

→ Ce sont les deux valeurs qu'on oublie, et elles font perdre des points à elles seules.

4. Écris 58 300 en notation scientifique. (1 pt)

$$5,83 \times 10^4$$

→ Un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque écriture est fautive. Écris ce qu'il fallait écrire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. La racine distribuée sur une somme. Un terme barré comme s'il était un facteur. Et un crochet fermé sur l'infini.

1. « $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$ » (1 pt)

$9 + 16 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

→ La racine traverse les produits et les quotients, jamais les sommes.

2. « $\frac{3+x}{3} = x$ » (1 pt)

On ne simplifie que des facteurs : l'expression ne se réduit pas ainsi.

→ Avec $x = 3$, elle vaut $\frac{6}{3} = 2$ quand la prétendue simplification donne 3.

3. « $x \geq 2 \iff x \in [2; +\infty]$ » (1 pt)

L'écriture correcte est $[2; +\infty[$.

→ Aucun réel n'atteint l'infini : le crochet qui le borde ne peut pas se fermer.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Les ensembles de nombres et le critère du décimal	4 points — 1 par question	Un nombre classé sur son écriture de départ, sans simplification.
Ex.2	Les intervalles, intersection et réunion	5 points — 1 par question	Un crochet fermé sur l'infini.
Ex.3	Les racines carrées mises en forme	4 points — 1 par question	Un carré parfait laissé sous le radical.
Ex.4	Les puissances ramenées à une base	4 points — 1 par question	Les exposants multipliés là où ils s'additionnent.
Ex.5	L'erreur repérée, et le calcul juste donné	3 points — 1 par ligne	La racine distribuée sur une somme.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant sur le réflexe qui économise du temps : nettoyer toutes les écritures avant le premier calcul. La plupart des exercices de ce chapitre deviennent courts une fois les fractions réduites et les carrés sortis.

10 à 15

Refais l'exercice 2 en traçant les deux intervalles l'un au-dessus de l'autre sur une seule droite graduée. Tout se lit, rien ne se calcule.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens le contre-exemple qui suffit : $\sqrt{9+16}$ vaut 5, pas 7. Une fois retenu, il empêche l'erreur la plus fréquente de la seconde.