

Probabilités — Modèles et calculs

Mathématiques · Seconde
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Le vocabulaire

5 pts 13 min

Employer le vocabulaire des probabilités

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Trois mots structurent tout le chapitre, et trois règles gouvernent tous les calculs. L'une de ces règles est la plus rentable de toutes, et un mot de l'énoncé la déclenche.

1. Qu'est-ce que l'univers d'une expérience aléatoire ? (1 pt)

L'ensemble de toutes les issues possibles.→ Pour un dé : $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

2. Qu'est-ce qu'un événement, et comment calcule-t-on sa probabilité ? (1 pt)

Un sous-ensemble de l'univers ; sa probabilité est la somme des probabilités des issues qui le composent.→ « Obtenir un nombre pair » est l'événement $\{2; 4; 6\}$.

3. Quand peut-on calculer une probabilité en comptant les issues favorables ? (1 pt)

Uniquement en cas d'équiprobabilité.

→ L'énoncé doit le garantir : dé équilibré, pièce non truquée, boules indiscernables.

4. Cite les trois règles qui gouvernent tous les calculs. (1 pt)

Toute probabilité est entre 0 et 1 ; la somme des probabilités des issues vaut 1 ; $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

→ La troisième est la plus rentable des trois.

5. Quel mot d'un énoncé annonce qu'il faut passer par l'événement contraire ? (1 pt)

« Au moins un ».

→ Le contraire de « au moins un » se calcule presque toujours plus vite.

Exercice 2 — Réunion et intersection

4 pts 11 min

Calculer avec réunion et intersection

On lance un dé équilibré. A : « obtenir un nombre pair ». B : « obtenir un multiple de 3 ».

LA RÈGLE DU COURS

Deux événements se combinent de deux façons, et l'une des deux formules est une addition corrigée. Négliger la correction revient à compter deux fois ce qui n'existe qu'une.

1. Écris A et B en extension, puis leur intersection. (1 pt) **$A = \{2; 4; 6\}$, $B = \{3; 6\}$, $A \cap B = \{6\}$.**

→ Le 6 est à la fois pair et multiple de 3.

2. Calcule $P(A)$ et $P(B)$. (1 pt) **$P(A) = \frac{3}{6}$ et $P(B) = \frac{2}{6}$.**

→ Le dé est équilibré : on compte les issues favorables.

3. Calcule $P(A \cup B)$. (1 pt) **$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$**

→ On additionne, puis on retire ce qu'on a compté deux fois.

4. Dans quel cas l'addition simple est-elle licite ? (1 pt)

Quand les événements sont incompatibles, c'est-à-dire d'intersection vide.→ Ici elle donnerait $\frac{5}{6}$: le 6 compté deux fois explique l'écart.

Exercice 3 — Lire un arbre

4 pts 11 min

Construire et lire un arbre de probabilité

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Un niveau par étape, une probabilité sur chaque branche, et deux opérations différentes selon qu'on suit un chemin ou qu'on en compare plusieurs. Deux contrôles gratuits attrapent la plupart des erreurs.

1. Que vaut la somme des probabilités des branches issues d'un même nœud ? (1 pt)

Elle vaut 1.

→ C'est le premier contrôle, et il attrape la plupart des erreurs.

2. Quelle opération fait-on le long d'un chemin ? (1 pt)

On multiplie.

→ Les deux conditions doivent être remplies ensemble.

3. Quelle opération fait-on entre plusieurs chemins qui conviennent ? (1 pt)

On additionne.

→ Et la somme de tous les chemins doit valoir 1.

4. Quelle différence y a-t-il entre un tirage avec remise et sans remise ? (1 pt)

Avec remise, les étapes sont indépendantes ; sans remise, les probabilités du second niveau changent.

→ Sans remise, elles deviennent des probabilités conditionnelles.

Exercice 4 — Un arbre jusqu'au bout

4 pts 10 min

Mener un calcul d'arbre

Dans un lycée, 60 % des élèves sont externes. Parmi les externes, 40 % font du sport en club ; parmi les internes, 70 %.

LA RÈGLE DU COURS

Un énoncé à deux étapes se traite par un arbre, et la réponse se trouve rarement sur un seul chemin. Il faut penser à additionner ceux qui conviennent.

1. Quelle proportion d'élèves sont internes ? (1 pt)

40 %

→ Le complément des 60 % d'externes.

2. Calcule la probabilité d'être externe et sportif. (1 pt)

$$0,6 \times 0,4 = 0,24$$

→ On multiplie le long du chemin.

3. Calcule la probabilité d'être interne et sportif. (1 pt)

$$0,4 \times 0,7 = 0,28$$

→ C'est le second chemin qui mène au sport.

4. Quelle est la probabilité qu'un élève pris au hasard fasse du sport en club ? (1 pt)

$$0,24 + 0,28 = 0,52$$

→ Deux chemins mènent au sport : on les additionne.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. Une mémoire prêtée à une pièce. Une addition sans correction. Et une formule de comptage appliquée hors de son cas.

1. « Après cinq piles d'affilée, face devient plus probable. » (1 pt)

La probabilité reste $\frac{1}{2}$: la pièce n'a pas de mémoire.

→ La loi des grands nombres ne compense pas le passé, elle le noie.

2. « $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, toujours. » (1 pt)Il faut retrancher $P(A \cap B)$, sauf si l'intersection est vide.

→ Sans cette correction, ce qui appartient aux deux est compté deux fois.

3. « Ce dé est pipé, mais il a six faces : chaque issue vaut donc $\frac{1}{6}$. » (1 pt)

La formule de comptage suppose l'équiprobabilité, que l'énoncé exclut ici.

→ Un dé pipé n'a pas des issues de même probabilité.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le vocabulaire et les trois règles	5 points — 1 par question	La formule de comptage appliquée sans équiprobabilité.
Ex.2	Réunion, intersection et contraire	4 points — 1 par question	Deux probabilités additionnées sans retrancher l'intersection.
Ex.3	L'arbre construit et contrôlé	4 points — 1 par question	Des probabilités additionnées le long d'un chemin.
Ex.4	Un calcul d'arbre mené jusqu'au bout	4 points — 1 par question	Un seul des deux chemins pris en compte.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Une mémoire prêtée à un dé ou à une pièce.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant sur les tirages sans remise : les probabilités du second niveau changent selon ce qui s'est produit avant, et l'arbre devient le seul outil praticable.

10 à 15

Refais l'exercice 2 en écrivant chaque événement en extension avant tout calcul. L'intersection saute alors aux yeux, et l'addition corrigée devient évidente.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens la question réflexe : cet objet peut-il se souvenir ? Un dé, une pièce, une roulette : non. Un tirage sans remise : oui.