

Statistiques à une variable — Dispersion

Mathématiques · Seconde
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Deux façons de résumer

4 pts 10 min

Distinguer moyenne et médiane

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux indicateurs de position, et ils ne réagissent pas de la même façon à une valeur extrême. C'est pour cette raison que l'un est préféré à l'autre dans certains contextes.

1. Comment se calcule la moyenne ? (1 pt)

En divisant la somme des valeurs par leur nombre.

→ Elle répartit équitablement le total entre toutes les valeurs.

2. Que fait la médiane ? (1 pt)

Elle partage la série ordonnée en deux effectifs égaux.

→ Autant de valeurs au-dessous qu'au-dessus.

3. Laquelle des deux se laisse tirer par une valeur extrême ? (1 pt)

La moyenne.

→ La médiane ne dépend que du rang des valeurs, pas de leur amplitude.

4. Pourquoi parle-t-on du salaire médian plutôt que du salaire moyen ? (1 pt)

Parce que la médiane n'est pas tirée par les très hauts salaires.

→ C'est l'application directe de la différence de nature entre les deux.

Exercice 2 — Quartiles

4 pts 11 min

Déterminer et interpréter les quartiles

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Trois valeurs découpent une série ordonnée en quatre parts d'effectifs égaux. La distance entre deux d'entre elles mesure l'étendue d'une moitié particulière.

1. Que font les quartiles ? (1 pt)

Ils partagent la série ordonnée en quatre parts d'effectifs égaux.

→ Il faut avoir ordonné la série avant de les chercher.

2. Définis Q_1 . (1 pt)**La plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des données lui soient inférieures ou égales.**→ Q_3 joue le même rôle pour 75 %.

3. Qu'est-ce que l'écart interquartile, et que mesure-t-il ? (1 pt)

La différence $Q_3 - Q_1$: l'étendue de la moitié centrale.

→ Elle est débarrassée des valeurs extrêmes.

4. Sur une série contenant une valeur aberrante, lequel des deux indicateurs de dispersion est le plus fiable ? (1 pt)

L'écart interquartile, parce qu'il ignore les valeurs extrêmes.

→ L'écart-type, lui, les amplifie par le carré.

Exercice 3 — Variance et écart-type

5 pts 13 min

Calculer variance et écart-type

On étudie la série : 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9.

LA RÈGLE DU COURS

On mesure la dispersion en regardant à quelle distance les valeurs se tiennent de la moyenne. Une élévation au carré intervient, pour deux raisons distinctes, et elle a une conséquence sur l'unité.

1. Pourquoi élève-t-on les écarts au carré ? (1 pt)

Pour empêcher les écarts positifs et négatifs de s'annuler, et pour donner plus de poids aux valeurs éloignées.

→ Les deux raisons se citent ensemble.

2. Calcule la moyenne de la série. (1 pt)

$$\frac{40}{8} = 5$$

→ La somme des huit valeurs vaut 40.

3. Calcule la somme des carrés des écarts à la moyenne. (1 pt)

$$9 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 4 + 16 = 32$$

→ Les écarts sont -3 , -1 , -1 , -1 , 0 , 0 , 2 et 4 .

4. Calcule la variance. (1 pt)

$$\frac{32}{8} = 4$$

→ La variance est la moyenne des carrés des écarts.

5. Calcule l'écart-type et interprète-le. (1 pt)

$$\sqrt{4} = 2 : \text{les valeurs s'écartent en moyenne de 2 unités autour de 5.}$$

→ L'écart-type s'exprime dans la même unité que les données.

Exercice 4 — Comparer deux séries

4 pts 11 min

Comparer deux séries statistiques

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Une comparaison se fait en deux temps, et une seule des deux informations ne répond jamais à la question. Encore faut-il comparer des indicateurs de même nature.

1. Quels sont les deux temps d'une comparaison ? (1 pt)

La position d'abord, la dispersion ensuite.

→ Une seule des deux ne répond jamais à la question posée.

2. Peut-on comparer une moyenne à une médiane ? (1 pt)

Non : elles ne mesurent pas la même chose.

→ On compare deux moyennes, ou deux médianes.

3. Écris une conclusion type, en une phrase. (1 pt)

« La série B est en moyenne plus élevée, mais nettement plus dispersée. »

→ La phrase dit les deux, et c'est ce qui en fait une conclusion.

4. Une faible dispersion est-elle toujours une bonne chose ? (1 pt)

Non : c'est un avantage pour une machine de production, un défaut pour un groupe d'élèves qu'on voudrait voir progresser.

→ L'interprétation dépend du contexte.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. La variance annoncée dans l'unité des données. Deux indicateurs de nature différente mis en regard. Et une série non ordonnée.

1. « Les tailles sont en centimètres, donc la variance vaut 16 centimètres. » (1 pt)

Elle vaut 16 centimètres carrés : c'est une moyenne de carrés.

→ C'est l'écart-type, sa racine, qui s'exprime en centimètres.

2. « La moyenne de A vaut 12 et la médiane de B vaut 11 : A est donc au-dessus de B. » (1 pt)

Il faut comparer deux moyennes, ou deux médianes.

→ Les deux indicateurs ne mesurent pas la même chose.

3. « Voici la série : 7, 2, 9, 4. Sa médiane est donc 9. » (1 pt)

Il faut d'abord ordonner la série.

→ Médiane et quartiles se lisent sur la série ordonnée, jamais sur l'ordre de saisie.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Moyenne, médiane et leur différence de nature	4 points — 1 par question	La médiane décrite comme une moyenne particulière.
Ex.2	Quartiles et écart interquartile	4 points — 1 par question	Des quartiles cherchés sur une série non ordonnée.
Ex.3	Variance et écart-type calculés	5 points — 1 par question	Les écarts additionnés avant d'être élevés au carré.
Ex.4	La comparaison en deux temps	4 points — 1 par question	Une moyenne comparée à une médiane.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Une variance annoncée dans l'unité des données.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant à interpréter dans le contexte : une dispersion faible est un avantage pour une machine de production, un défaut pour un groupe d'élèves qu'on voudrait voir progresser.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en écrivant les écarts à la moyenne sur une ligne, leurs carrés sur la suivante. Élever au carré avant d'additionner est le geste qui décide de tout.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens l'exemple d'ouverture : deux classes de même moyenne, l'une toute à 10, l'autre moitié à 4 et moitié à 16. Il explique à lui seul pourquoi la dispersion existe.