

Vecteurs, translations et repérage dans le plan

Exercice 1 — Trois caractéristiques

4 pts 10 min

Définir un vecteur

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Trois données définissent un déplacement, et deux d'entre elles sont couramment confondues dans le langage ordinaire. Deux vecteurs peuvent être égaux sans se toucher.

1. Quelles sont les trois caractéristiques d'un vecteur ? (1 pt)

Une direction, un sens et une norme.

→ La direction est celle d'une droite, la norme est la longueur.

2. Quand deux vecteurs sont-ils égaux ? (1 pt)

Quand ils ont ces trois caractéristiques en commun, quelle que soit leur position dans le plan.

→ Le même vecteur peut être représenté n'importe où.

3. Quelle différence y a-t-il entre direction et sens ? (1 pt)

Deux vecteurs horizontaux ont la même direction, mais peuvent avoir des sens opposés.→ C'est la relation entre $\vec{AB}$ et $\vec{BA}$.4. Quelle égalité de vecteurs caractérise le parallélogramme $ABDC$? (1 pt) **$\vec{AB} = \vec{CD}$**

→ Une égalité de vecteurs remplace deux démonstrations de parallélisme.

Exercice 2 — La relation de Chasles

4 pts 11 min

Utiliser la relation de Chasles

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Aller d'un point à un autre revient à passer par un troisième. La relation se lit dans les deux sens, et c'est le second qui sert le plus dans les démonstrations.

1. Énonce la relation de Chasles pour trois points A , B et C . (1 pt) **$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$** → Aller de A à C revient à passer par B .2. Faut-il que B soit entre A et C ? (1 pt)**Non : la relation est vraie pour trois points quelconques.**

→ Elle vaut même si les trois points sont alignés.

3. Décompose $\vec{AC}$ en faisant intervenir un point O . (1 pt) **$\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC}$**

→ C'est le second usage de Chasles : introduire un point pour couper un vecteur.

4. Que vaut $\vec{BA}$ en fonction de $\vec{AB}$? (1 pt) **$\vec{BA} = -\vec{AB}$**

→ Même direction, même norme, sens opposé.

Exercice 3 — Coordonnées, norme, milieu

5 pts 13 min

Calculer avec des coordonnées

On donne $A(1; 2)$ et $B(4; 6)$. Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Dans un repère, trois calculs suffisent, et l'ordre compte dans le premier. Les deux autres reprennent des formules déjà connues, appliquées aux différences de coordonnées.

1. Dans quel ordre calcule-t-on les coordonnées d'un vecteur ? (1 pt)

Arrivée moins départ.

→ L'ordre inverse donne le vecteur opposé.

2. Donne les coordonnées de $\vec{AB}$. (1 pt)

$$\vec{AB}(3; 4)$$

→ $4 - 1 = 3$ pour l'abscisse, $6 - 2 = 4$ pour l'ordonnée.

3. Calcule la norme de $\vec{AB}$. (1 pt)

$$\|\vec{AB}\| = 5$$

→ Par Pythagore : $3^2 + 4^2 = 25$, et $\sqrt{25} = 5$.

4. Donne les coordonnées du milieu de $[AB]$. (1 pt)

$$M(2,5; 4)$$

→ Moyenne des coordonnées : $\frac{1+4}{2} = 2,5$ et $\frac{2+6}{2} = 4$.

5. Si l'on calcule départ moins arrivée, qu'obtient-on ? (1 pt)

Le vecteur opposé, $\vec{BA}$.

→ La norme reste juste, mais tout le raisonnement est inversé.

Exercice 4 — Colinéarité

4 pts 11 min

Tester la colinéarité

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux vecteurs de même direction ont une propriété qui se teste par un seul calcul. Ce calcul remplace deux démonstrations géométriques différentes.

1. Quand deux vecteurs sont-ils colinéaires ? (1 pt)

Quand ils ont la même direction, autrement dit quand l'un est un multiple de l'autre.

→ Le vecteur nul est colinéaire à tous les autres.

2. Écris le déterminant de $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$, et le critère. (1 pt)

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y; \text{ ils sont colinéaires si et seulement si ce nombre est nul.}$$

→ Un seul calcul remplace une démonstration.

3. Comment démontre-t-on que trois points A, B, C sont alignés ? (1 pt)

En montrant que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

→ Les deux vecteurs partent du même point.

4. Comment démontre-t-on que (AB) et (CD) sont parallèles ? (1 pt)

En montrant que $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

→ Même outil, autre paire de vecteurs.

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent. Deux vecteurs jugés différents parce qu'ils sont dessinés ailleurs. Des coordonnées prises à l'envers. Et Chasles crue réservée à un cas particulier.

1. « Ces deux flèches sont à des endroits différents du plan : les vecteurs ne sont donc pas égaux. » (1 pt)

Deux vecteurs sont égaux dès qu'ils ont même direction, même sens et même norme.

→ La position dans le plan n'entre pas dans la définition.

2. « Avec $A(1; 2)$ et $B(4; 6)$, on a $\vec{AB}(-3; -4)$. » (1 pt)

$\vec{AB}(3; 4)$: on fait arrivée moins départ.

→ Le résultat donné est celui de $\vec{BA}$.

3. « Chasles ne s'applique que si B est situé entre A et C . » (1 pt)

Elle s'applique à trois points quelconques.

→ Elle vaut même si les trois points sont alignés autrement.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Les trois caractéristiques d'un vecteur	4 points — 1 par question	Direction et sens employés l'un pour l'autre.
Ex.2	La relation de Chasles dans les deux sens	4 points — 1 par question	Chasles réservée au cas où le point est entre les deux.
Ex.3	Les coordonnées, la norme et le milieu	5 points — 1 par question	Des coordonnées calculées départ moins arrivée.
Ex.4	La colinéarité par le déterminant	4 points — 1 par question	Un alignement affirmé sans calcul de déterminant.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Deux vecteurs déclarés différents parce qu'ils ne se touchent pas.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le chapitre est tenu. Entraîne-toi maintenant au second usage de Chasles, celui qui sert le plus : introduire un point pour couper un vecteur en deux, quand ce point arrange le calcul.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en te disant la formule à voix basse : « arrivée moins départ ». Puis contrôle sur le dessin — un vecteur qui va vers la droite a sa première coordonnée positive.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens l'idée d'ouverture : le même vecteur peut être dessiné n'importe où dans le plan. Elle règle à elle seule la moitié des difficultés du chapitre.