

Calcul littéral — Développement et factorisation

Mathématiques · 3ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Développer et réduire

5 pts 13 min

Développer et réduire une expression littérale

Développe puis réduis.

LA RÈGLE DU COURS

Deux obstacles, et un seul geste pour chacun. Le moins devant une parenthèse se distribue sur tous les termes. Et deux termes ne s'additionnent que si leur partie littérale est exactement la même.

1. $5 - (2x - 3)$ (1 pt)

$8 - 2x$

→ Le moins porte sur les deux termes : $5 - 2x + 3$. Le terme constant change du tout au tout.

2. $(3x - 4)(2x + 5)$ (1 pt)

$6x^2 + 7x - 20$

→ $6x^2 + 15x - 8x - 20$, et $15 - 8 = 7$.

3. $3x + 5 - x + 2$ (1 pt)

$2x + 7$

→ Les termes en x entre eux, les constantes entre elles, et jamais les uns avec les autres.

4. $3x + 5$ se réduit-il en $8x$? (1 pt)

Non : les deux termes ne sont pas semblables.→ Avec $x = 2$, la première écriture vaut 11 et la seconde 16.

5. $-2(x - 7)$ (1 pt)

$-2x + 14$

→ Le facteur négatif multiplie les deux termes, y compris celui qui portait déjà un moins.

Exercice 2 — Les identités remarquables

4 pts 11 min

Employer les identités remarquables

Développe en employant l'identité qui convient.

LA RÈGLE DU COURS

Trois développements si fréquents qu'on les reconnaît au lieu de les refaire. Le nombre de termes du résultat suffit à les distinguer les unes des autres.

1. $(2x + 3)^2$ (1 pt)

$4x^2 + 12x + 9$

→ Le double produit vaut $2 \times 2x \times 3 = 12x$.

2. $(3x - 1)^2$ (1 pt)

$9x^2 - 6x + 1$

→ Le double produit est négatif ; le carré du second terme reste positif.

3. $(4x + 5)(4x - 5)$ (1 pt)

$16x^2 - 25$

→ Les deux doubles produits s'annulent : il ne reste que deux termes.

4. Combien de termes un carré développé donne-t-il ? (1 pt)

Trois

→ Une différence de deux carrés en donne deux : compter les termes départage les deux identités.

Exercice 3 — Factoriser

4 pts 11 min

Factoriser une expression littérale

Factorise, puis vérifie en redéveloppant.

LA RÈGLE DU COURS

Deux chemins, dans cet ordre : le facteur commun d'abord, l'identité ensuite. Un cas piège : quand le facteur commun apparaît tout seul, il vaut ce facteur multiplié par un, et ce un ne disparaît pas.

1. $x^2 - 64$ (1 pt)

$(x - 8)(x + 8)$

→ Deux termes, et une différence de deux carrés : $64 = 8^2$.

2. $(x + 2)(x - 3) + (x + 2)$ (1 pt)

$(x + 2)(x - 2)$

→ Le second terme vaut $(x + 2) \times 1$: le crochet donne $x - 3 + 1$.

3. $9x^2 - 30x + 25$ (1 pt)

$(3x - 5)^2$

→ Trois termes, et $30x$ est bien le double produit de $3x$ par 5 .

4. $12x^2 + 18x$ (1 pt)

$6x(2x + 3)$

→ Le facteur commun porte le plus grand diviseur des coefficients, et la lettre.

Exercice 4 — Résoudre une équation-produit

4 pts 11 min

Résoudre une équation-produit

Résous en donnant toutes les solutions.

LA RÈGLE DU COURS

On ramène tout à zéro, on factorise, puis on scinde : un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs l'est. Et l'on ne divise jamais par l'inconnue — cette division efface une solution sans laisser de trace.

1. $(2x - 1)(x + 4) = 0$ (1 pt)

$x = \frac{1}{2}$ ou $x = -4$

→ Chaque facteur donne une équation du premier degré.

2. $x^2 = 5x$ (1 pt)

$x = 0$ ou $x = 5$

→ On ramène à zéro : $x^2 - 5x = 0$, donc $x(x - 5) = 0$.

3. Pourquoi ne divise-t-on pas les deux membres par x ? (1 pt)

Parce que zéro est une solution, et la division l'efface.

→ Diviser suppose que le diviseur n'est pas nul — or c'est précisément la valeur qu'on cherche.

4. $x^2 - 36 = 0$ (1 pt)

$x = 6$ ou $x = -6$

→ La différence de deux carrés se factorise, et la forme de départ ne laissait rien voir.

Repérer un calcul faux et le corriger

Chaque écriture est fautive. Écris la bonne.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Le moins qui ne se distribue que sur le premier terme. Le carré d'une différence confondu avec une différence de carrés. Et une somme de carrés qu'on croit factorisable.

1. $9 - (4x - 6) = 9 - 4x - 6$ (1 pt)

$9 - 4x + 6 = 15 - 4x$

→ Le moins porte sur toute la parenthèse, donc sur chacun de ses termes.

2. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ (1 pt)

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

→ Ce sont deux identités différentes : un carré développé donne trois termes.

3. $x^2 + 49 = (x + 7)^2$ (1 pt)

$(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$

→ Une somme de deux carrés ne se factorise pas : il manque ici tout le double produit.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le signe distribué sur toute la parenthèse	5 points — 1 par expression	Un terme constant qui change du tout au tout, faute d'avoir distribué le moins.
Ex.2	Le double produit présent dans chaque carré	4 points — 1 par question	Le carré d'une différence confondu avec une différence de carrés.
Ex.3	La factorisation menée jusqu'au bout	4 points — 1 par expression	Le facteur commun apparu seul et rayé au lieu d'être mis en facteur.
Ex.4	L'équation ramenée à zéro, puis scindée	4 points — 1 par question	Les deux membres divisés par l'inconnue : une solution disparaît en silence.
Ex.5	L'erreur repérée, et l'écriture juste donnée	3 points — 1 par ligne	La faute signalée sans que la forme correcte soit donnée.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le calcul littéral est solide. Entraîne-toi maintenant à choisir la voie avant de calculer : on développe pour comparer, on factorise pour résoudre. Au brevet, c'est cette décision qui est évaluée.

10 à 15

Refais l'exercice 1 en réécrivant le moins comme une multiplication par moins un. Le signe cesse alors de se perdre.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et prends le réflexe du contre-exemple : avec $x = 2$, les deux écritures doivent donner le même nombre. Un seul essai tranche.