



NIVEAU 1 SUR 3

Essentiel

Les bases du chapitre : reconnaître une forme, connaître les identités et développer, avec des aides.

Avec banque de mots et indices · 40 minutes · sur 20

Calcul littéral — Développement et factorisation

Corrigé du contrôle **niveau 1 · Essentiel**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Repérer la bonne forme

© Reconnaître une forme · Connaître les identités

⌚ 7 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Développer, c'est passer d'un produit à une somme ; factoriser, l'inverse. Deux termes ne s'additionnent que s'ils ont la même partie littérale. Un moins devant une parenthèse change le signe de chacun de ses termes, et un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs l'est.

QUESTION	RÉPONSE JUSTE	POURQUOI	PTS
a Dans la consigne « Factorise $x^2 - 4x$ », on attend à l'arrivée...	✓ un produit de facteurs	Factoriser, c'est passer d'une somme à un produit : on obtient ici $x(x - 4)$, un produit de deux facteurs.	0,5 pt
b $5x$ et $5x^2$ sont-ils des termes semblables ?	✓ non : leurs parties littérales diffèrent	Des termes semblables ont exactement la même partie littérale : x et x^2 ne l'ont pas, et $5x + 5x^2$ ne se réduit pas.	0,5 pt
c Dans le développement de $(x + 9)^2$, le double produit vaut...	✓ $18x$	Le double produit est $2 \times x \times 9 = 18x$; 81 est le carré du second terme, pas le double produit.	0,5 pt
d $a^2 - b^2$ est égal à...	✓ $(a - b)(a + b)$	C'est la différence de deux carrés ; $(a - b)^2$ vaut $a^2 - 2ab + b^2$, une tout autre expression, à trois termes.	0,5 pt
e $-(3x - 4)$ est égal à...	✓ $-3x + 4$	Le moins porte sur toute la parenthèse : ses deux termes changent de signe, et -4 devient $+4$.	0,5 pt
f Laquelle de ces expressions se factorise grâce à une différence de deux carrés ?	✓ $x^2 - 100$	$x^2 - 100 = x^2 - 10^2 = (x - 10)(x + 10)$. Une somme de carrés ne se factorise pas, et $x^2 - 100x$ se factorise par le facteur commun x .	0,5 pt
g Pour contrôler une factorisation, on peut...	✓ remplacer x par un même nombre dans les deux formes et comparer	Deux formes égales donnent le même nombre pour toute valeur de x : deux résultats différents prouvent que la factorisation est fausse.	0,5 pt
h Les solutions de l'équation $(x - 6)(x + 2) = 0$ sont...	✓ 6 et -2	Un produit est nul si l'un de ses facteurs l'est : $x - 6 = 0$ donne 6, et $x + 2 = 0$ donne -2.	0,5 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.

Barème : 4 points — 0,5 par case juste.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Prendre $5x$ et $5x^2$ pour des termes semblables parce qu'ils ont la même lettre.
- Ne changer que le signe du premier terme après un moins placé devant une parenthèse.
- Confondre $a^2 - b^2$ avec $(a - b)^2$.

2 Les termes manquants

Ⓢ Connaître les identités

⌚ 6 min

3 pts

RAPPEL DE COURS

📖 Les trois identités : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Le double produit $2ab$ est le terme qu'on oublie ; un carré développé compte trois termes.

a $(x + 4)^2 = x^2 + \dots + 16$

0,5 pt

✓ $8x$

→ **Pourquoi.** Le double produit vaut $2 \times x \times 4 = 8x$: sans lui, il ne resterait que deux termes.

b $(x - 10)^2 = x^2 - 20x + \dots$

0,5 pt

✓ 100

→ **Pourquoi.** Le dernier terme est le carré de 10, toujours positif : $10^2 = 100$, et non 20.

c $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - \dots$

0,5 pt

✓ 9

→ **Pourquoi.** Produit d'une somme par une différence : $a^2 - b^2$ avec $b = 3$, donc $3^2 = 9$, et non 3.

d $(5x - 1)^2 = \dots - 10x + 1$

0,5 pt

✓ $25x^2$

→ **Pourquoi.** Le premier terme est le carré de $5x$: $5x \times 5x = 25x^2$, le coefficient est lui aussi élevé au carré.

e $x^2 - 81 = (x - 9) \times \dots$

0,5 pt

✓ $(x + 9)$

→ **Pourquoi.** $81 = 9^2$: la différence de deux carrés se factorise en $(x - 9)(x + 9)$, deux facteurs qui ne diffèrent que par un signe.

f $4x^2 + 4x + 1 = (\dots)^2$

0,5 pt

✓ $2x + 1$

→ **Pourquoi.** $4x^2 = (2x)^2$, $1 = 1^2$, et le double produit $2 \times 2x \times 1 = 4x$ correspond : c'est $(2x + 1)^2$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le carré du second terme pris pour le double produit, ou l'inverse.

Barème : 3 points — 0,5 par blanc.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire 20 au lieu de 100 : le dernier terme est le carré de 10, pas son double.
- Choisir $16x$ pour le double produit de $(x + 4)^2$: il vaut $2 \times 4 = 8$ fois x .
- Oublier d'élever le coefficient au carré : $(5x)^2$ vaut $25x^2$, et non $5x^2$.

RAPPEL DE COURS



Pour factoriser, on cherche d'abord un facteur commun, puis une identité remarquable : trois termes évoquent le carré d'une somme ou d'une différence ; deux carrés séparés par un moins évoquent une différence de deux carrés.

MOT	LETTRE	DÉFINITION	POURQUOI
$x^2 - 25$	B	$(x - 5)(x + 5)$	Deux carrés séparés par un moins, avec $25 = 5^2$: c'est une différence de deux carrés.
$x^2 - 10x + 25$	D	$(x - 5)^2$	Trois termes, et le double produit $2 \times x \times 5 = 10x$ précédé d'un moins : carré d'une différence.
$x^2 + 10x + 25$	A	$(x + 5)^2$	Trois termes et un double produit positif : c'est le carré de la somme $x + 5$.
$x^2 - 5x$	E	$x(x - 5)$	Les deux termes contiennent x : on le met en facteur, et il reste $x - 5$ dans la parenthèse.
$5x^2 + 25x$	C	$5x(x + 5)$	Le plus grand facteur commun est $5x$, car $5x^2 = 5x \times x$ et $25x = 5x \times 5$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le carré d'une somme confondu avec celui d'une différence, faute d'avoir regardé le signe du double produit.

Barème : 2,5 points — 0,5 par liaison juste.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Relier $x^2 - 10x + 25$ à $(x + 5)^2$ sans regarder le signe du double produit.
- Relier $x^2 - 25$ à $(x - 5)^2$: une différence de carrés n'est pas le carré d'une différence.

RAPPEL DE COURS



Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$. On réduit ensuite en regroupant les termes de même partie littérale, et un moins devant une parenthèse se distribue sur tous ses termes.

a $4(2x - 3) - (x - 5)$

1 pt

✓ $7x - 7$

→ **Pourquoi.** $8x - 12 - x + 5$: le moins devant la seconde parenthèse change -5 en $+5$, puis $8x - x = 7x$ et $-12 + 5 = -7$.

b $(x + 6)(x - 2)$

1 pt

✓ $x^2 + 4x - 12$

→ **Pourquoi.** $x^2 - 2x + 6x - 12$: quatre produits, puis $-2x + 6x = 4x$.

c $(2x - 5)(3x + 1)$

1 pt

✓ $6x^2 - 13x - 5$

→ **Pourquoi.** $6x^2 + 2x - 15x - 5$: le -5 multiplie aussi $3x$, ce qui donne $-15x$, et $2x - 15x = -13x$.

d $(x - 8)^2$

1 pt

✓ $x^2 - 16x + 64$

→ **Pourquoi.** Carré d'une différence : le double produit $2 \times x \times 8 = 16x$ se retranche, le carré 64 s'ajoute.

⚠ **CE QUI COÛTE DES POINTS**

Un développement juste mais non réduit : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par expression.

🔍 **ERREURS FRÉQUENTES**

- Écrire $-(x - 5) = -x - 5$: le second terme garde à tort son signe.
- Oublier l'un des quatre produits, le plus souvent celui des deux derniers termes.
- Écrire $(x - 8)^2 = x^2 - 64$ ou $x^2 + 64$: le double produit manque.

5

La pièce en L ☆ EXERCICE-PHARE

🕒 Connaître les identités · Lire une figure

🕒 13 min

6,5 pts

RAPPEL DE COURS



Découper une surface et en réarranger les morceaux ne change pas son aire : deux écritures d'une même aire sont égales. La différence de deux carrés se factorise en un produit de deux facteurs qui ne diffèrent que par un signe.

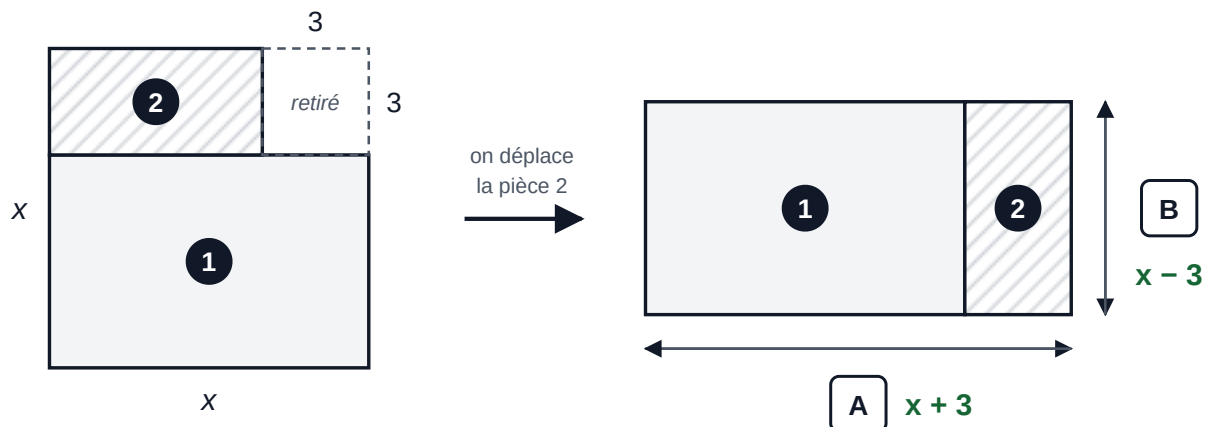


Figure complétée.

a Exprime l'aire de la pièce en L en fonction de x , comme la différence de deux aires.

1 pt

✓ $x^2 - 9$

→ **Pourquoi.** Le grand carré a pour aire x^2 , le carré retiré $3^2 = 9$: on soustrait la seconde aire de la première.

b Écris dans les cases A et B de la figure les deux dimensions du rectangle.

1,5 pt

✓ **A : $x + 3$; B : $x - 3$.**

→ **Pourquoi.** La longueur réunit le côté x de la pièce 1 et la largeur 3 de la pièce 2 ; la largeur est la hauteur $x - 3$ de la pièce 1.

c Écris l'aire du rectangle sous la forme d'un produit.

1 pt

✓ $(x + 3)(x - 3)$

→ **Pourquoi.** L'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur : ici, les deux dimensions des cases A et B.

d Les deux aires sont égales. Écris l'égalité obtenue, puis nomme l'identité remarquable qu'elle illustre.

1 pt

✓ $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$: la différence de deux carrés.

→ **Pourquoi.** Le rectangle est fait des mêmes pièces que le L, donc il a la même aire. C'est $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = x$ et $b = 3$.

e Vérifie l'égalité pour $x = 10$: calcule l'aire du L, puis celle du rectangle.

1 pt

✓ $100 - 9 = 91$ et $13 \times 7 = 91$: les deux aires valent 91 cm².

→ **Pourquoi.** Le même nombre des deux côtés : le contrôle confirme l'égalité, que la figure démontre pour tout x plus grand que 3.

f Dédus-en, sans poser l'opération, le produit 23×17 .

1 pt

✓ 391

→ **Pourquoi.** Avec $x = 20$: $23 \times 17 = (20 + 3)(20 - 3) = 20^2 - 9$, soit $400 - 9 = 391$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Les cases A et B inversées : 0,5 sur 1,5.

Barème : 6,5 points — 1 + 1,5 + 1 + 1 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire l'aire du L sous la forme $x^2 - 3$: on retire l'aire du petit carré, 3^2 , et non son côté.
- Inverser les cases A et B : la longueur, plus grande, vaut $x + 3$.
- Calculer 23×17 en posant l'opération, sans utiliser l'égalité démontrée.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
La bonne forme reconnue	1	4 points — 0,5 par case juste	Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.
Le terme manquant de chaque identité	2	3 points — 0,5 par blanc	Le carré du second terme pris pour le double produit, ou l'inverse.
Chaque somme reliée à sa forme factorisée	3	2,5 points — 0,5 par liaison juste	Le carré d'une somme confondu avec celui d'une différence, faute d'avoir regardé le signe du double produit.
Le développement mené sans perte de signe	4	4 points — 1 par expression	Un développement juste mais non réduit : 0,5 sur 1.
L'identité lue sur la figure	5	6,5 points — 1 + 1,5 + 1 + 1 + 1 + 1	Les cases A et B inversées : 0,5 sur 1,5.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel — tu es ici



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi



17 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

Les bases sont solides. Passe au niveau 2 — Standard : tu y factoriseras sans banque, tu résoudras des équations et tu choisiras la forme adaptée d'une expression.



12 à 16

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction des exercices où tu as perdu des points. Refais le niveau 1 dans quelques jours en cachant la banque et les indices ; au-delà de 16, passe au niveau 2.



moins de 12

REVOIR LA FICHE

Reprends la fiche de cours : les trois identités, le double produit et le moins devant une parenthèse. Refais ensuite ce contrôle.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Calcul littéral — Développement et factorisation.