



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, démontrer, mettre en équation : le calcul littéral sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Calcul littéral — Développement et factorisation

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

❏ RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Le brouillon de Malik

⌚ Repérer et corriger une erreur

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Mettre en facteur, c'est garder le facteur commun et additionner ce qui reste. Un trinôme n'est le carré d'une somme que si son terme du milieu est le double produit. Pour résoudre, on ramène à zéro et l'on factorise : diviser par l'inconnue efface une solution.

LA COPIE ANNOTÉE

1 $x(x+2) + 3(x+2) = 3x(x+2)$

⚠ erreur 1

2 $x^2 + 10x + 16 = (x+4)^2$

⚠ erreur 2

3 $25x^2 - 20x + 4 = (5x-2)^2$

4 $x^2 = 81$, donc $x = 9$.

⚠ erreur 3

5 $3x^2 = 12x$; je divise les deux membres par $3x$, donc $x = 4$.

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 1 — les facteurs restants multipliés au lieu d'être additionnés.	Le facteur commun est $(x+2)$ et il reste $x+3$: $x(x+2) + 3(x+2) = (x+2)(x+3)$. → Mettre en facteur, c'est écrire $ka + kb = k(a+b)$: ce qui reste s'additionne. Pour $x=1$, le membre de gauche vaut 12, celui de Malik 9.	1 pt
Ligne 2 — un trinôme pris pour un carré.	$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$: le terme $10x$ n'est pas le double produit, donc $x^2 + 10x + 16$ n'est pas le carré de $x+4$. → Le test $x=1$ tranche : le trinôme vaut 27, alors que $(1+4)^2 = 25$. Ce trinôme ne se factorise pas par une identité remarquable.	1 pt
Ligne 4 — une solution oubliée.	$x^2 - 81 = 0$ s'écrit $(x-9)(x+9) = 0$, donc $x=9$ ou $x=-9$. → $(-9)^2$ vaut aussi 81. Seule la forme produit donne toutes les solutions : chaque facteur en fournit une.	1 pt
Ligne 5 — une division par l'inconnue.	$3x^2 - 12x = 0$, soit $3x(x-4) = 0$, donc $x=0$ ou $x=4$. → Diviser par $3x$ suppose $x \neq 0$; or 0 est solution, puisque $3 \times 0^2 = 12 \times 0$. La division l'a effacée sans laisser de trace.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur expliquée sans le résultat juste : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour l'expliquer, 0,5 pour le résultat juste.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Signaler la ligne 3, pourtant juste : $(5x - 2)^2$ redonne bien les trois termes.
- Repérer l'erreur de la ligne 5 sans donner la solution perdue.
- Corriger la ligne 2 en « factorisant » quand même ce trinôme, qui n'est pas un carré.

2

Affirmations à l'épreuve

🕒 Démontrer ou réfuter

🕒 13 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



Un exemple qui marche ne prouve rien ; un seul contre-exemple suffit à réfuter. Pour montrer que deux expressions sont égales, on les développe toutes les deux et l'on compare. Un produit n'est nul que si l'un de ses facteurs l'est, et un carré n'est jamais négatif.

a « Pour tout nombre x , $(x - 5)^2 = (5 - x)^2$. »

1 pt

✓ **Vrai : les deux membres se développent en $x^2 - 10x + 25$.**

→ **Pourquoi.** $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$: mêmes termes, dans un autre ordre. On a développé les deux membres au lieu de se contenter d'un essai.

b « L'équation $x^2 + 9 = 0$ a deux solutions : 3 et -3. »

1 pt

✓ **Faux : pour $x = 3$, $x^2 + 9$ vaut 18. Un carré est positif ou nul, donc $x^2 + 9 \geq 9$: l'équation n'a aucune solution.**

→ **Pourquoi.** $x^2 + 9$ est une somme de deux carrés : elle ne se factorise pas, contrairement à la différence $x^2 - 9$.

c « L'équation $(x + 1)(x + 2)(x - 7) = 0$ a trois solutions. »

1 pt

✓ **Vrai : -1, -2 et 7.**

→ **Pourquoi.** La propriété du produit nul vaut quel que soit le nombre de facteurs : le produit est nul dès que l'un d'eux l'est, et chacun donne une solution.

d « $(x + 2)^2 - (x + 2)$ ne s'annule que pour $x = -2$. »

1 pt

✓ **Faux : $(x + 2)^2 - (x + 2) = (x + 2)(x + 1)$, qui s'annule aussi pour $x = -1$.**

→ **Pourquoi.** Le facteur commun $(x + 2)$ apparaît seul dans le second terme : il vaut $(x + 2) \times 1$, d'où $x + 2 - 1 = x + 1$. Contrôle : $1^2 - 1 = 0$.

e « Si $a \times b = 12$, alors $a = 12$ ou $b = 12$. »

1 pt

✓ **Faux : $3 \times 4 = 12$, et aucun des deux facteurs ne vaut 12.**

→ **Pourquoi.** La propriété du produit nul est propre au nombre zéro : c'est pourquoi on ramène toujours une équation à « produit = 0 » avant de scinder.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Vrai ou faux sans justification : 0 sur 1 ; une affirmation vraie justifiée par un seul essai : 0,5 sur 1.

Barème : 5 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Justifier une affirmation vraie par un seul essai numérique.
- Croire que $x^2 + 9$ se factorise comme $x^2 - 9$.
- Oublier la solution $x = -1$ en rayant le facteur commun qui apparaît seul.

RAPPEL DE COURS

- 📖 Mettre un problème en équation : nommer l'inconnue, traduire l'énoncé par une égalité, tout ramener d'un côté, factoriser, puis ne garder que les solutions qui ont un sens dans le problème.

- a Quels sont les nombres égaux à leur propre carré ?

1 pt

✓ 0 et 1

→ **Pourquoi.** $x^2 = x$ s'écrit $x^2 - x = 0$, soit $x(x - 1) = 0$. Diviser par x n'aurait laissé que 1.

- b On ajoute 3 à un nombre, puis on élève le résultat au carré : on obtient 64. Quel peut être le nombre de départ ?

2 pts

✓ 5 ou -11

→ **Pourquoi.** $(x + 3)^2 = 64$ donne $(x + 3 - 8)(x + 3 + 8) = 0$, soit $(x - 5)(x + 11) = 0$: les deux nombres conviennent, car $(-8)^2 = 64$ aussi.

- c Un rectangle a une aire de 45 cm^2 , et sa longueur dépasse sa largeur de 4 cm. On note x sa largeur, en cm. Montre que $x(x + 4) - 45 = (x + 2)^2 - 49$, puis trouve les dimensions du rectangle.

2 pts

✓ Largeur 5 cm, longueur 9 cm.

→ **Pourquoi.** $(x + 2)^2 - 49 = x^2 + 4x - 45 = x(x + 4) - 45$. Puis $(x + 2 - 7)(x + 2 + 7) = 0$ donne $x = 5$ ou $x = -9$; une longueur est positive, donc $x = 5$, et $5 \times 9 = 45$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une solution perdue, ou une largeur négative gardée : la moitié des points de la question.

Barème : 5 points — 1 + 2 + 2.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $x^2 = x$, puis diviser par x et ne trouver que 1.
- Ne garder que la solution positive au b, alors que -11 convient aussi.
- Garder $x = -9$ au c : une largeur ne peut pas être négative.

RAPPEL DE COURS

- 📖 Les identités remarquables sont des égalités vraies pour tous les nombres : développer le carré d'une somme démontre une propriété pour toutes les valeurs à la fois, là où des essais ne la vérifient que pour quelques-unes. Factoriser une forme développée en fait apparaître la structure.

- a Vérifie la règle sur 35 et sur 45, en calculant aussi ces carrés par une identité remarquable.

1 pt

✓ $3 \times 4 = 12$ donne 1 225, et $(30 + 5)^2 = 900 + 300 + 25 = 1\,225$; $4 \times 5 = 20$ donne 2 025, et $(40 + 5)^2 = 1\,600 + 400 + 25 = 2\,025$.

→ **Pourquoi.** Les deux essais confirment la règle sans la prouver : ils ne disent rien des entiers que l'on n'a pas essayés.

- b Développe $(10n + 5)^2$, sachant qu'un entier qui se termine par 5 s'écrit $10n + 5$, où n est son nombre de dizaines.

1,5 pt

✓ $100n^2 + 100n + 25$

→ **Pourquoi.** Carré d'une somme : $(10n)^2 = 100n^2$, double produit $2 \times 10n \times 5 = 100n$, et $5^2 = 25$.

- c Factorise $100n^2 + 100n$, puis explique pourquoi la règle de Zoé est vraie pour tout entier qui se termine par 5. (1,5 pt)

✓ $100n^2 + 100n = 100n(n + 1)$, donc $(10n + 5)^2 = 100 \times n(n + 1) + 25$: le produit $n(n + 1)$ donne les centaines, et 25 s'écrit à droite.

→ **Pourquoi.** Multiplier par 100 décale de deux rangs : il reste deux chiffres à droite pour écrire 25. Le calcul littéral vaut pour tout n , d'où la preuve.

- d Applique la règle à 95^2 et à 105^2 . (1 pt)

✓ $95^2 = 9\,025$ et $105^2 = 11\,025$.

→ **Pourquoi.** $9 \times 10 = 90$, puis 25 à droite ; pour 105, le nombre de dizaines est 10 : $10 \times 11 = 110$, puis 25.

- e Démontre que la même idée vaut pour un décimal qui se termine par 0,5, puis calcule $7,5^2$ de tête. (1 pt)

✓ $(n + 0,5)^2 = n^2 + n + 0,25 = n(n + 1) + 0,25$, donc $7,5^2 = 7 \times 8 + 0,25 = 56,25$.

→ **Pourquoi.** Même identité, avec $a = n$ et $b = 0,5$: le double produit vaut $2 \times n \times 0,5 = n$, qui se regroupe avec n^2 en $n(n + 1)$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

La règle seulement vérifiée sur des exemples aux questions b et c : 1 point au plus sur 3.

Barème : 6 points — 1 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Croire que les essais sur 35 et 45 démontrent la règle.
- Écrire $(10n + 5)^2 = 100n^2 + 25$: le double produit $100n$ manque.
- Prendre 0 pour le nombre de dizaines de 105, au lieu de 10.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour l'expliquer, 0,5 pour le résultat juste	Une erreur expliquée sans le résultat juste : 0,5 sur 1.
Chaque affirmation tranchée et justifiée	2	5 points — 1 par affirmation	Vrai ou faux sans justification : 0 sur 1 ; une affirmation vraie justifiée par un seul essai : 0,5 sur 1.
Le problème mis en équation et conclu	3	5 points — 1 + 2 + 2	Une solution perdue, ou une largeur négative gardée : la moitié des points de la question.
La règle démontrée par le calcul littéral	4	6 points — 1 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1	La règle seulement vérifiée sur des exemples aux questions b et c : 1 point au plus sur 3.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.

☆☆☆ Niveau 1 · Essentiel	★★☆ Niveau 2 · Standard	★★★ Niveau 3 · Approfondi — tu es ici
-----------------------------	----------------------------	--



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Entraîne-toi sur des problèmes de brevet où il faut choisir seul entre développer et factoriser : c'est la décision qui y est évaluée.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Refais la démonstration de la règle de Zoé sans regarder le corrigé, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne la factorisation jusqu'au bout et le produit nul, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Calcul littéral — Développement et factorisation.