



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, justifier, estimer : les puissances et les ordres de grandeur sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Puissances entières relatives et notation scientifique

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

La copie d'Inès

Ⓢ Repérer et corriger une erreur

⌚ 11 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Les règles ne touchent jamais la base. Un produit ajoute les exposants, une puissance de puissance les multiplie. Un nombre plus petit que 1 a un exposant négatif. Une écriture avec une puissance de 10 n'est scientifique que si le nombre de devant est entre 1 et 10.

LA COPIE ANNOTÉE

1 Question 1. $2^4 \times 2^3 = 4^7$

⚠ erreur 1

2 Question 2. $\frac{10^2}{10^{-3}} = 10^5$ 3 Question 3. $(10^3)^4 = 10^7$

⚠ erreur 2

4 Question 4. $0,00072 = 7,2 \times 10^4$

⚠ erreur 3

5 Question 5. $(5 \times 10^3) \times (7 \times 10^6) = 35 \times 10^9$ 6 En notation scientifique, ce produit s'écrit donc 35×10^9 .

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 1 — la base modifiée.	Les bases ont été multipliées. On garde la base 2 et l'on additionne les exposants : 2^7 , soit 128. → Les règles portent sur les exposants, jamais sur la base. 4^7 vaut 16 384, cent vingt-huit fois trop. 0,5 point pour l'erreur expliquée, 0,5 pour le résultat juste.	1 pt
Ligne 3 — la mauvaise opération sur les exposants.	Les exposants ont été additionnés au lieu d'être multipliés : $(10^3)^4 = 10^{12}$. → $(10^3)^4$ répète quatre fois trois facteurs 10 : douze facteurs. Additionner donne la règle du produit, pas celle de la puissance de puissance.	1 pt
Ligne 4 — le signe de l'exposant.	0,00072 est plus petit que 1, l'exposant est négatif : $7,2 \times 10^{-4}$. → La virgule avance de quatre rangs pour donner 7,2 ; il faut la faire reculer d'autant. Entre 10^4 et 10^{-4} , le facteur est de cent millions.	1 pt
Ligne 6 — une conclusion trop rapide.	35 n'est pas entre 1 et 10 : le produit s'écrit $3,5 \times 10^{10}$. → Le calcul de la ligne 5 est juste, c'est la conclusion qui est fausse : $35 = 3,5 \times 10$, et ce 10 rejoint la puissance, $9 + 1 = 10$.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

La ligne 2, juste, signalée comme fausse : 0,5 point retiré sur l'exercice.

Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour l'expliquer, 0,5 pour le résultat juste.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Signaler la ligne 2 : soustraire -3 , c'est ajouter 3, et $2 + 3 = 5$; la ligne est juste.
- Ne voir aucune erreur à la ligne 5, juste, et manquer celle de la ligne 6, qui en tire une fausse conclusion.
- Corriger la ligne 1 par 2^{12} : on additionne les exposants, on ne les multiplie pas.

2 Toujours vrai ?

🗨 Argumenter et justifier

🕒 12 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



Les conventions sur les exposants nul et négatifs prolongent les règles de calcul. Les règles ne s'appliquent qu'à même base, ce qui n'interdit pas à un produit de bases différentes de tomber sur une puissance. Un exemple ne démontre pas une affirmation générale ; un contre-exemple suffit à la réfuter.

a « On aurait aussi bien pu décider que $a^0 = 0$. »

1 pt

✓ **Faux : avec $a^0 = 0$, $a^3 \times a^0$ vaudrait 0, alors que la règle du produit donne $a^{3+0} = a^3$.**

→ **Pourquoi.** Seule la valeur 1 laisse la règle du produit vraie avec un exposant nul : la convention $a^0 = 1$ n'est pas arbitraire, elle est imposée.

b « Si l'on double l'exposant de 10^n , on double ce nombre. »

1 pt

✓ **Faux : $10^6 = (10^3)^2$ vaut 1 000 fois 10^3 , et non 2 fois.**

→ **Pourquoi.** Doubler l'exposant, c'est élever au carré, par la règle de la puissance de puissance : 10^3 devient $10^3 \times 10^3$.

c « Entre deux nombres en notation scientifique de même exposant, le plus grand est celui dont le nombre de devant est le plus grand. »

1 pt

✓ **Vrai : $a \times 10^n$ et $b \times 10^n$ sont a et b multipliés par le même nombre positif 10^n , ce qui conserve leur ordre.**

→ **Pourquoi.** Un exemple ne suffirait pas : l'argument doit valoir pour tous les nombres de devant et tous les exposants. Multiplier par un même nombre positif ne change pas l'ordre.

d « Multiplier un nombre par 10^{-3} , c'est le diviser par 1 000. »

1 pt

✓ **Vrai : $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, et multiplier par l'inverse de 1 000, c'est diviser par 1 000.**

→ **Pourquoi.** C'est la définition de l'exposant négatif qui le démontre, pour tout nombre : la virgule recule de trois rangs.

e « $5^3 \times 2^3$ ne peut pas être une puissance de 10, puisque les bases sont différentes. »

1 pt

✓ **Faux : $5^3 \times 2^3 = 125 \times 8 = 1000 = 10^3$.**

→ **Pourquoi.** Bases différentes, les règles du cours ne s'appliquent pas : on calcule chaque puissance à part. Regroupés deux à deux, les facteurs donnent trois fois 5×2 , soit trois facteurs 10.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.

Barème : 5 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Répondre vrai ou faux sans justification : la réponse seule ne rapporte rien.
- Justifier une affirmation générale par un seul exemple qui la vérifie.
- Pour la dernière affirmation, conclure « faux » parce que les règles ne s'appliquent pas, sans calculer le produit.

RAPPEL DE COURS



Doubler n fois, c'est multiplier par 2^n , et $2^0 = 1$. Pour estimer une grande puissance, on la décompose avec les règles du produit et de la puissance de puissance, et l'on remplace un facteur par un ordre de grandeur. Les calculs se mènent en notation scientifique.

- a Explique pourquoi la case 64 porte 2^{63} grains.

1,5 pt

✓ La case 1 porte $2^0 = 1$ grain ; chaque case suivante double, donc la case n porte 2^{n-1} grains, et la case 64 en porte 2^{63} .

→ **Pourquoi.** De la case 1 à la case 64, il y a 63 doublements : 63 facteurs 2. Le point de départ $2^0 = 1$ explique le décalage d'un rang.

- b Justifie que $2^{63} = 2^3 \times (2^{10})^6$. Sachant que $2^{10} = 1\,024$, remplace 2^{10} par 10^3 pour estimer 2^{63} , puis donne son ordre de grandeur.

1,5 pt

✓ $3 + 10 \times 6 = 63$; $2^{63} \approx 8 \times (10^3)^6 = 8 \times 10^{18}$; ordre de grandeur 10^{18} .

→ **Pourquoi.** Puissance de puissance : $10 \times 6 = 60$, puis produit : $3 + 60 = 63$. Le remplacement donne une estimation un peu basse, puisque 1 024 dépasse 1 000. 0,5 point par étape.

- c Sur quelle case le nombre de grains dépasse-t-il un million (10^6) pour la première fois ? Justifie.

1 pt

✓ Sur la case 21, qui porte 2^{20} grains.

→ **Pourquoi.** $2^{20} = (2^{10})^2 = 1\,024^2 = 1\,048\,576$ dépasse 10^6 , alors que 2^{19} , sa moitié, vaut 524 288 et reste en dessous.

- d La calculatrice donne $2^{63} \approx 9,2 \times 10^{18}$. Calcule la masse des grains de la case 64, en grammes puis en tonnes, en notation scientifique.

1,5 pt

✓ $2,76 \times 10^{17}$ g, soit $2,76 \times 10^{11}$ t.

→ **Pourquoi.** $9,2 \times 3 = 27,6$ et $18 + (-2) = 16$, d'où $27,6 \times 10^{16}$, réajusté en $2,76 \times 10^{17}$ g. Puis on divise par 10^6 : $17 - 6 = 11$.

- e Imaginons une récolte de riz de 5×10^8 tonnes par an (valeur fictive). Combien d'années de cette récolte faudrait-il pour la seule case 64 ?

1,5 pt

✓ $5,52 \times 10^2$, soit environ 550 ans.

→ **Pourquoi.** $\frac{2,76 \times 10^{11}}{5 \times 10^8}$: $2,76 : 5 = 0,552$ et $11 - 8 = 3$, d'où $0,552 \times 10^3 = 552$. Plus de cinq siècles de récolte pour une seule case.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une masse laissée en grammes quand les tonnes sont demandées : 1 sur 1,5.

Barème : 7 points — 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5 + 1,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire 2^{64} grains sur la case 64 : la première case porte 2^0 , le décalage est d'un rang.
- Écrire $2^3 \times (2^{10})^6 = 2^{19}$ en additionnant 10 et 6 : la puissance de puissance multiplie.
- Répondre case 20 à la question c : 2^{19} n'atteint pas encore un million.
- Oublier de convertir les grammes en tonnes, ou multiplier par 10^6 au lieu de diviser.

RAPPEL DE COURS



Agrandir d'un facteur, c'est multiplier toutes les longueurs par ce même facteur. Un facteur entre deux puissances de 10 se calcule par un quotient, en soustrayant les exposants. Un écart d'ordres de grandeur se lit sur les exposants avant tout calcul détaillé.

- a Par quel facteur faut-il multiplier la taille de l'atome pour qu'il mesure 10^{-3} m ?

1 pt

✓ Par 10^7 .

→ **Pourquoi.** Le facteur est le quotient $\frac{10^{-3}}{10^{-10}} : -3 - (-10) = 7$. Sept rangs d'écart, dix millions de fois.

- b Avec ce facteur, quelle taille aurait la bactérie dans la maquette ?

1 pt

✓ 10 m.

→ **Pourquoi.** $10^{-6} \times 10^7 = 10^1$: dans la maquette, une bactérie de dix mètres face à un atome d'un millimètre.

- c Quelle taille aurait la Terre dans la maquette ? Combien de fois la vraie distance Terre–Soleil cela représente-t-il ?

1,5 pt

✓ 10^{14} m, soit environ 667 fois la vraie distance Terre–Soleil.

→ **Pourquoi.** $10^7 \times 10^7 = 10^{14}$ m. Puis $\frac{10^{14}}{1,5 \times 10^{11}} = \frac{1}{1,5} \times 10^3 \approx 667$: la Terre de la maquette dépasserait de loin la vraie distance Terre–Soleil.

- d Un camarade affirme : « Dans cette maquette, la distance Terre–Soleil tiendrait au moins sur un terrain de sport. » Réfute-le par un ordre de grandeur.

0,5 pt

✓ Elle mesurerait $1,5 \times 10^{18}$ m, des milliards de milliards de mètres : aucun terrain n'en approche.

→ **Pourquoi.** $1,5 \times 10^{11} \times 10^7 = 1,5 \times 10^{18}$. L'atome et la distance Terre–Soleil sont séparés de 21 rangs : aucune échelle unique ne les fait tenir ensemble.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un facteur de 10^{-13} trouvé au a, par une erreur de signe : 0 sur 1, la suite étant corrigée sans nouvelle pénalité.

Barème : 4 points — 1 + 1 + 1,5 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Calculer le facteur par $-3 - 10 = -13$: soustraire -10 , c'est ajouter 10.
- Ajouter le facteur aux tailles au lieu de les multiplier.
- Comparer 10^{14} et $1,5 \times 10^{11}$ en ne regardant que 1,5 : l'écart de trois rangs décide.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour l'expliquer, 0,5 pour le résultat juste	La ligne 2, juste, signalée comme fausse : 0,5 point retiré sur l'exercice.
Les affirmations démontrées ou réfutées	2	5 points — 1 par affirmation	« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.
Le problème de l'échiquier	3	7 points — 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5 + 1,5	Une masse laissée en grammes quand les tonnes sont demandées : 1 sur 1,5.
La maquette jugée par les ordres de grandeur	4	4 points — 1 + 1 + 1,5 + 0,5	Un facteur de 10^{-13} trouvé au a, par une erreur de signe : 0 sur 1, la suite étant corrigée sans nouvelle pénalité.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi — tu es ici



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Entraîne-toi sur des problèmes de brevet qui mêlent unités et puissances de 10 : la conversion et le réajustement y font la différence.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Refais le problème de l'échiquier en écrivant chaque calcul sur les exposants, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne les règles enchaînées et le calcul en notation scientifique, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Puissances entières relatives et notation scientifique.