

Théorème de Pythagore et sa réciproque

Exercice 1 — Le sens du théorème

4 pts 10 min

Employer le théorème dans le bon sens

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Une seule égalité, et deux emplois opposés selon ce que l'on cherche. Le côté opposé à l'angle droit occupe toujours la même place, et c'est cette place qui décide de l'opération.

1. ABC est rectangle en A , $AB = 20$ cm et $AC = 21$ cm. Calcule BC . (1 pt)

29 cm

→ $400 + 441 = 841$, et $\sqrt{841} = 29$.

2. ABC est rectangle en A , $BC = 61$ cm et $AB = 11$ cm. Calcule AC . (1 pt)

60 cm

→ $3721 - 121 = 3600$, et $\sqrt{3600} = 60$.

3. Comment sait-on s'il faut additionner ou soustraire ? (1 pt)

Selon que l'hypoténuse est cherchée ou connue.

→ Elle reste seule de son côté du signe égal : c'est la seule chose à retenir.

4. Que vaut un angle droit repéré à l'œil sur une figure ? (1 pt)

Rien : il doit être codé, écrit dans l'énoncé, ou démontré.

→ Un dessin est convaincant et ne prouve pas.

Exercice 2 — La réciproque

4 pts 11 min

Démontrer qu'un triangle est rectangle

Mène les deux calculs, compare, puis conclus.

LA RÈGLE DU COURS

Pour établir qu'un angle est droit, on compare deux nombres calculés séparément. Un geste les précède, et l'oublier fausse tout : les trois longueurs se rangent d'abord.

1. Quel geste précède toute application de la réciproque ? (1 pt)

Ranger les trois longueurs par ordre croissant.

→ Le plus grand côté est le seul candidat à l'hypoténuse.

2. $AB = 20$, $AC = 99$, $BC = 101$. Le triangle est-il rectangle ? (1 pt)

Oui, rectangle en A .

→ $101^2 = 10201$ d'un côté ; $400 + 9801 = 10201$ de l'autre.

3. $AB = 12$, $AC = 14$, $BC = 19$. Le triangle est-il rectangle ? (1 pt)

Non.

→ 361 d'un côté ; $144 + 196 = 340$ de l'autre. Les deux diffèrent.

4. Pourquoi les deux calculs se mènent-ils séparément ? (1 pt)

Écrire l'égalité d'emblée supposerait vrai ce qu'on veut établir.

→ On calcule deux nombres, puis on constate.

Exercice 3 — Dans l'espace : deux triangles au lieu d'un

5 pts 13 min

Appliquer Pythagore deux fois dans un solide

Un pavé droit mesure 3 cm sur 4 cm sur 12 cm. On cherche la diagonale qui joint deux sommets opposés.

LA RÈGLE DU COURS

Une diagonale de solide ne s'atteint pas d'un seul coup. On la construit en deux temps : une diagonale de face d'abord, puis un second triangle rectangle qui s'appuie dessus. C'est ce repérage qui est évalué, non la formule.

1. Quelle longueur faut-il calculer en premier ? (1 pt)

La diagonale de la base.

→ Elle sert de côté au second triangle rectangle : sans elle, rien ne s'enchaîne.

2. Calcule cette diagonale de base. (1 pt)

5 cm

→ $9 + 16 = 25$, et $\sqrt{25} = 5$. C'est le triplet (3 ; 4 ; 5).

3. Dans le second triangle rectangle, où se trouve l'angle droit ? (1 pt)

Entre la diagonale de la base et l'arête verticale.

→ L'arête verticale est perpendiculaire au plan de la base, donc à toute droite de ce plan.

4. Calcule la diagonale du pavé. (1 pt)

13 cm

→ $25 + 144 = 169$, et $\sqrt{169} = 13$. C'est le triplet (5 ; 12 ; 13).

5. Pourquoi ne pas additionner directement les carrés des trois dimensions ? (1 pt)

Le résultat serait juste par hasard, et la méthode ne se transpose ni à la pyramide ni au cône.

→ Ce qui est évalué, c'est le repérage des deux triangles.

Exercice 4 — Dans une pyramide

4 pts 12 min

Distinguer apothème et arête dans une pyramide

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux segments partent du sommet et descendent vers la base, et sur un dessin en perspective ils se ressemblent. Ils ne visent pourtant pas la même chose, et ils n'appartiennent pas au même triangle rectangle.

1. Que vise l'apothème d'une pyramide ? (1 pt)

Le milieu d'un côté de la base.

→ C'est la hauteur d'une face latérale.

2. Et l'arête ? (1 pt)

Un sommet de la base.

→ Deux cibles, donc deux triangles rectangles, donc deux calculs différents.

3. Pourquoi les confond-on si souvent ? (1 pt)

Parce que sur un dessin en perspective, les deux se ressemblent.

→ Seul l'énoncé, ou le codage, dit lequel est en jeu.

4. Que faut-il écrire avant de mener le calcul dans un solide ? (1 pt)

Le nom des deux triangles rectangles, et l'endroit de chaque angle droit.

→ C'est cette phrase qui porte les points, pas l'égalité qui la suit.

Repérer une erreur de méthode et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes coûtent des points au brevet. L'addition faite quand l'hypoténuse était connue. La réciproque appliquée sur le mauvais côté. Et, dans une pyramide, la mauvaise longueur portée dans le triangle.

1. « RST est rectangle en R et ST est connue, donc $RS^2 = ST^2 + RT^2$. » (1 pt)

L'hypoténuse reste seule : $RS^2 = ST^2 - RT^2$.

→ La formule est mémorisée dans un seul sens et recopiée sans regarder ce qui est cherché.

2. « Avec 15, 8 et 17, je teste si $15^2 = 8^2 + 17^2$. » (1 pt)

Le plus grand côté est 17 : c'est lui qu'il faut isoler.

→ Ranger les trois longueurs avant de comparer évite cette erreur entièrement.

3. « Pour le triangle qui porte l'apothème, je prends le côté de la base, soit 10 cm. » (1 pt)

Il fallait sa moitié, soit 5 cm : l'apothème vise le milieu.

→ Le côté entier appartient au triangle de l'arête, pas à celui-là.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le sens du théorème choisi d'après ce qui est cherché	4 points — 1 par question	Une addition là où l'hypoténuse était connue : il fallait soustraire.
Ex.2	Les trois longueurs rangées avant la comparaison	4 points — 1 par question	La réciproque appliquée sans que le plus grand côté ait été identifié.
Ex.3	Les deux triangles rectangles nommés avant tout calcul	5 points — 1 par question	Les trois dimensions additionnées d'un coup : juste par hasard, et intransposable.
Ex.4	L'apothème et l'arête distingués	4 points — 1 par question	Le triangle de la pyramide choisi sans dire où se trouve son angle droit.
Ex.5	L'erreur repérée, et le calcul juste écrit	3 points — 1 par ligne	Le côté entier de la base employé là où sa moitié était attendue.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Pythagore est maîtrisé dans les deux dimensions. Entraîne-toi maintenant aux solides du brevet — pavé, pyramide, cône : la difficulté n'est jamais la formule, elle est de trouver les deux triangles.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en nommant les deux triangles et leurs angles droits avant d'écrire la moindre égalité. C'est ce repérage qui est noté, pas le calcul.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens la règle du sens : l'hypoténuse reste seule de son côté. Connue, on soustrait ; cherchée, on additionne.