



NIVEAU 1 SUR 3

Essentiel

Les bases du chapitre : le vocabulaire, le sens du calcul et la réciproque, avec des aides.

Avec banque de mots et indices · 40 minutes · sur 20

Théorème de Pythagore et sa réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 1 · Essentiel**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Le bon réflexe

Ⓢ Connaître le cours

⌚ 6 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse, côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. La réciproque sert à démontrer qu'un angle est droit ; un angle dans l'énoncé appelle la trigonométrie.

QUESTION	RÉPONSE JUSTE	POURQUOI	PTS
a L'hypoténuse est...	✓ le côté opposé à l'angle droit	L'hypoténuse est en face de l'angle droit ; c'est aussi le plus grand des trois côtés, jamais un côté de l'angle droit.	0,5 pt
b XYZ est rectangle en Z . L'égalité de Pythagore s'écrit...	✓ $XY^2 = XZ^2 + ZY^2$	L'angle droit est en Z : l'hypoténuse est le côté qui ne passe pas par Z , c'est $[XY]$. Son carré est seul de son côté du signe égal.	0,5 pt
c Dans un énoncé où ne figure aucun angle, lequel de ces mots signale le plus souvent le théorème de Pythagore ?	✓ diagonale	Une diagonale coupe un rectangle en deux triangles rectangles dont elle est l'hypoténuse. « Hauteur », « distance », « échelle contre un mur » sont d'autres signaux du cours.	0,5 pt
d Dans un triangle dont l'angle droit est codé, on donne un angle de 35° et une seule longueur ; on cherche une autre longueur. On utilise...	✓ le cosinus, le sinus ou la tangente	Un angle figure dans les données : c'est le contre-signal. Le théorème de Pythagore ne relie que des longueurs ; il faut ici la trigonométrie.	0,5 pt
e Lequel de ces triplets est un triplet pythagoricien ?	✓ (8 ; 15 ; 17)	$64 + 225 = 289$ et $17^2 = 289$: l'égalité est vraie. Pour (4 ; 5 ; 6), $16 + 25 = 41$, alors que $6^2 = 36$.	0,5 pt
f Un randonneur marche vers le nord, puis tourne et marche vers l'est. Dans le triangle formé avec son point de départ, où est l'angle droit ?	✓ au point où il a tourné	Le nord et l'est sont perpendiculaires : l'angle droit est là où les deux directions se rejoignent, au point où il change de direction.	0,5 pt
g Pour obtenir la plus grande longueur qu'on peut loger dans un pavé droit, on utilise...	✓ deux triangles rectangles successifs	La grande diagonale n'appartient à aucune face : on calcule d'abord la diagonale de la base, puis on s'en sert dans un second triangle rectangle, vertical.	0,5 pt
h Dans un calcul en plusieurs étapes, on arrondit...	✓ à la dernière ligne seulement	Une valeur intermédiaire arrondie fausse les calculs suivants, et l'erreur grossit d'étape en étape : on garde les valeurs exactes jusqu'au bout.	0,5 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.

Barème : 4 points — 0,5 par case juste.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire l'égalité avec le mauvais côté isolé : l'hypoténuse est le côté qui ne passe pas par le sommet de l'angle droit.
- Croire que le théorème sert à démontrer qu'un triangle est rectangle : c'est le rôle de la réciproque.

2 Les mots du théorème

Ⓢ Connaître le cours

⌚ 5 min

3 pts

RAPPEL DE COURS



Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse ; c'est le plus grand côté. Cherchée, on additionne les carrés ; connue, on soustrait. La réciproque démontre qu'un angle est droit. Les multiples d'un triplet pythagoricien en sont aussi.

Si MNO est rectangle en M , le côté $[NO]$ s'appelle l'**hypoténuse**¹. C'est toujours le plus **grand**² des trois côtés. Pour calculer NO , on **additionne**³ les carrés de MN et de MO . Pour calculer MN quand NO est connue, on **soustrait**⁴ le carré de MO du carré de NO . Le théorème suppose l'angle droit connu ; pour l'établir à partir des trois longueurs, on se sert de sa **réciproque**⁵. (5 ; 12 ; 13) et son double (10 ; 24 ; 26) sont des **triplets**⁶ pythagoriciens.

1. Le côté opposé à l'angle droit porte un nom : l'hypoténuse. Ici c'est $[NO]$, le seul côté qui ne passe pas par M .
2. Son carré est la somme des deux autres carrés, donc il dépasse chacun d'eux : l'hypoténuse est le plus grand côté.
3. NO est l'hypoténuse et elle est cherchée : $NO^2 = MN^2 + MO^2$, on additionne.
4. L'hypoténuse est connue et reste seule de son côté du signe égal : $MN^2 = NO^2 - MO^2$, on soustrait.
5. Le théorème suppose l'angle droit ; sa réciproque l'établit, à partir des trois longueurs.
6. $25 + 144 = 169$, le carré de 13 ; doubler les trois nombres multiplie les trois carrés par 4, et l'égalité reste vraie.

→ Intrus de la banque : **codage, multiplie, petit**.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« petit » à la place de « grand » : l'hypoténuse est le plus grand côté.

Barème : 3 points — 0,5 par blanc.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire « petit » au deuxième blanc : l'hypoténuse est le plus grand des trois côtés.
- Inverser « additionne » et « soustrait » : tout dépend de ce que l'on cherche.

3 Hypoténuse ou côté de l'angle droit ?

Ⓢ Calculer une longueur

⌚ 10 min

4,5 pts

RAPPEL DE COURS



Le côté opposé à l'angle droit est l'hypoténuse, et il reste seul de son côté du signe égal : cherché, on additionne les deux autres carrés ; connu, on soustrait. On garde la valeur exacte jusqu'à la dernière ligne.

a Calcule DF .

1,5 pt

✓ $DF^2 = DE^2 + EF^2 = 12^2 + 35^2 = 144 + 1225 = 1369$, d'où $DF = \sqrt{1369} = 37$ cm.

→ **Pourquoi.** Le triangle DEF est rectangle en E ; $[DF]$ est opposé à l'angle droit : c'est l'hypoténuse, et elle est cherchée, donc on additionne. 0,5 point pour l'égalité, 0,5 pour le calcul, 0,5 pour la conclusion avec l'unité.

b Calcule LM .

1,5 pt

✓ $KL^2 = KM^2 + LM^2$, d'où $LM^2 = 53^2 - 28^2 = 2809 - 784 = 2025$ et $LM = \sqrt{2025} = 45$ cm.

→ **Pourquoi.** Le triangle KLM est rectangle en M ; l'hypoténuse est $[KL]$, opposée à M ; elle est connue, donc on soustrait. Additionner donnerait un côté plus long que l'hypoténuse, ce qui est impossible.

c Calcule QR : valeur exacte, puis arrondi au dixième.

1,5 pt

✓ $QR^2 = PQ^2 + PR^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$, d'où $QR = \sqrt{52}$ cm $\approx 7,2$ cm.

→ **Pourquoi.** Le triangle PQR est rectangle en P ; hypoténuse cherchée : on additionne. 52 n'est pas le carré d'un entier : on écrit d'abord $\sqrt{52}$, valeur exacte, et l'on n'arrondit qu'à la fin ($\sqrt{52} \approx 7,21$).

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une addition dans le triangle KLM , où l'hypoténuse était connue : 0,5 sur 1,5.

Barème : 4,5 points — 1,5 par triangle : égalité, calcul, conclusion.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Additionner pour le triangle KLM : on obtient $\sqrt{3593} \approx 59,9$ cm, plus que l'hypoténuse.
- Oublier la racine carrée et répondre $DF = 1369$ cm.
- Donner directement 7,2 cm pour QR sans écrire la valeur exacte $\sqrt{52}$.

4

Rectangle ou pas ?

🕒 Démontrer un angle droit

🕒 8 min

3,5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📖 On repère le plus grand côté, puis on calcule séparément son carré et la somme des carrés des deux autres. Égaux : le triangle est rectangle, au sommet opposé au plus grand côté. Différents : il ne l'est pas.

a Parmi $[GH]$, $[HI]$ et $[GI]$, lequel est le seul candidat à l'hypoténuse ?

0,5 pt

✓ $[GI]$, qui mesure 65 mm.

→ **Pourquoi.** On range les trois longueurs : $33 < 56 < 65$. Seul le plus grand côté peut être l'hypoténuse : c'est lui qu'on isole.

b Calcule séparément GI^2 , puis $GH^2 + HI^2$.

1 pt

✓ $GI^2 = 65^2 = 4225$; $GH^2 + HI^2 = 33^2 + 56^2 = 1089 + 3136 = 4225$.

→ **Pourquoi.** On calcule les deux nombres sans les relier par un signe égal : ce n'est qu'après le calcul qu'on peut dire s'ils sont égaux. 0,5 point par nombre.

c Conclut, en nommant le sommet de l'angle droit.

1 pt

✓ Les deux nombres sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, GHI est rectangle en H .

→ **Pourquoi.** L'angle droit est en face du plus grand côté $[GI]$: c'est le sommet H , le seul qui n'appartient pas à $[GI]$.

d $UV = 6$ cm, $VW = 9$ cm et $UW = 11$ cm : UVW est-il rectangle ?

1 pt

✓ Non : $UW^2 = 121$, mais $UV^2 + VW^2 = 36 + 81 = 117$; $121 \neq 117$.

→ **Pourquoi.** Si UVW était rectangle, son plus grand côté $[UW]$ serait l'hypoténuse et le théorème de Pythagore donnerait l'égalité ; or 121 et 117 diffèrent.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une conclusion sans le sommet de l'angle droit : 0,5 sur 1.

Barème : 3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Conclure « rectangle » sans nommer le sommet de l'angle droit.
- Écrire $GI^2 = GH^2 + HI^2$ dès la première ligne, avant d'avoir calculé les deux nombres.
- Pour UVW , conclure « presque rectangle » : 121 et 117 sont différents, le triangle n'est pas rectangle.

5

L'échelle contre le mur ☆ EXERCICE-PHARE

🕒 Calculer une longueur · Résoudre un problème

🕒 11 min

5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📖 « Mur vertical » et « sol horizontal » placent l'angle droit au pied du mur. L'échelle, opposée à cet angle, est l'hypoténuse connue : on soustrait.

- a Quels mots de l'énoncé placent l'angle droit de BPE , et en quel point ?

1 pt

✓ **En P : le mur est vertical et le sol horizontal, ils sont donc perpendiculaires au pied du mur.**

→ **Pourquoi.** L'angle droit n'est pas codé : ce sont les mots « vertical » et « horizontal » qui le placent.

- b Quel côté du triangle BPE l'échelle représente-t-elle ?

0,5 pt

✓ **L'hypoténuse $[BE]$.**

→ **Pourquoi.** $[BE]$ est le côté opposé à l'angle droit en P : l'échelle est l'hypoténuse du triangle.

- c Pour calculer la hauteur PE atteinte par l'échelle, quelle opération fais-tu sur les carrés ? Pourquoi ?

0,5 pt

✓ **Une soustraction, car l'échelle $[BE]$ est connue : $PE^2 = BE^2 - BP^2$.**

→ **Pourquoi.** La longueur cherchée est un côté de l'angle droit ; l'hypoténuse, connue, reste seule de son côté du signe égal.

- d Calcule la hauteur PE .

1,5 pt

✓ **$PE^2 = 3^2 - 1,8^2 = 9 - 3,24 = 5,76$, d'où $PE = \sqrt{5,76} = 2,4$ m.**

→ **Pourquoi.** (1,8 ; 2,4 ; 3) est le triplet (3 ; 4 ; 5) multiplié par 0,6. 0,5 point pour l'égalité, 0,5 pour le calcul, 0,5 pour la conclusion.

- e Un camarade trouve $PE = 3,5$ m. Sans refaire le calcul, explique pourquoi c'est impossible.

1 pt

✓ **Un côté de l'angle droit est plus court que l'hypoténuse : la hauteur ne peut pas dépasser 3 m.**

→ **Pourquoi.** Il a sans doute additionné : $9 + 3,24 = 12,24$, et $\sqrt{12,24} \approx 3,5$. Comparer le résultat à l'hypoténuse détecte l'erreur sans calcul.

- f Le pied de l'échelle glisse et se retrouve à 2,4 m du mur. Sans nouveau calcul, à quelle hauteur arrive maintenant le sommet de l'échelle ? Justifie.

0,5 pt

✓ **À 1,8 m : mêmes longueurs, les deux côtés de l'angle droit échangent leur place.**

→ **Pourquoi.** $3^2 - 2,4^2 = 9 - 5,76 = 3,24$, qui est le carré de 1,8 : c'est le même triplet, lu dans l'autre sens.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un résultat sans unité ni phrase de conclusion : 1 sur 1,5.

Barème : 5 points — 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Additionner : environ 3,5 m, plus que l'échelle.
- Placer l'angle droit en B ou en E .
- Oublier la racine : $PE = 5,76$ m.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Le bon réflexe reconnu	1	4 points — 0,5 par case juste	Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.
Le vocabulaire du théorème	2	3 points — 0,5 par blanc	« petit » à la place de « grand » : l'hypoténuse est le plus grand côté.
Le bon sens du calcul, rédigé	3	4,5 points — 1,5 par triangle : égalité, calcul, conclusion	Une addition dans le triangle KLM , où l'hypoténuse était connue : 0,5 sur 1,5.
La réciproque menée jusqu'au bout	4	3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1	Une conclusion sans le sommet de l'angle droit : 0,5 sur 1.
Le problème de l'échelle	5	5 points — 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1 + 0,5	Un résultat sans unité ni phrase de conclusion : 1 sur 1,5.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel — tu es ici



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi



17 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

Les bases sont solides. Passe au niveau 2 — Standard : tu y enchaîneras Pythagore, sa réciproque et la trigonométrie, et tu calculeras dans une pyramide.



12 à 16

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction des exercices où tu as perdu des points. Refais le niveau 1 dans quelques jours sans regarder les indices ; au-delà de 16, passe au niveau 2.



moins de 12

REVOIR LA FICHE

Reprends la fiche de cours : la règle du sens — l'hypoténuse seule de son côté — et la méthode de la réciproque. Refais ensuite ce contrôle.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Théorème de Pythagore et sa réciproque.