



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, justifier, résoudre un problème à étapes : le chapitre sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Théorème de Pythagore et sa réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

📖 RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Trouve l'erreur

🕒 Repérer et corriger une erreur

⌚ 11 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Un dessin ne prouve rien. L'angle droit d'une réciproque est en face du plus grand côté. L'apothème vise le milieu d'un côté, l'arête un sommet. Une valeur intermédiaire ne s'arrondit pas : un arrondi précoce peut inverser une conclusion.

LA COPIE ANNOTÉE

- 1 Question 1. Sur la figure, l'angle en A a l'air droit, donc ABC est rectangle en A .
- 2 Question 2. EFG a pour côtés $EF = 4,8$ cm, $EG = 5,5$ cm et $FG = 7,3$ cm.
- 3 $FG^2 = 53,29$ et $EF^2 + EG^2 = 23,04 + 30,25 = 53,29$, donc EFG est rectangle en F .
- 4 Question 3. Pyramide régulière, base carrée de 8 cm, hauteur 3 cm : $SA^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, $SA = 5$ cm.
- 5 Question 4. Carton 50 cm × 30 cm × 40 cm, tige de 70,6 cm. Base : $d^2 = 50^2 + 30^2 = 3400$, $d \approx 58$ cm.
- 6 Grande diagonale : $D^2 = 58^2 + 40^2 = 3364 + 1600 = 4964$, donc $D \approx 70,5$ cm : la tige ne tient pas.

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 1 — une conclusion tirée du dessin.	Le dessin ne démontre pas. $BC^2 = 121$ et $AB^2 + AC^2 = 49 + 64 = 113$: $121 \neq 113$, donc ABC n'est pas rectangle. → Seule la réciproque, menée sur le plus grand côté $[BC]$, tranche. L'angle en A a l'air droit et ne l'est pas : l'œil ne fait pas la différence, le calcul si. 0,5 point pour l'erreur repérée, 0,5 pour la correction calculée.	1 pt
Ligne 3 — la bonne égalité, la mauvaise lettre.	Les calculs sont justes, mais l'angle droit fait face au plus grand côté $[FG]$: EFG est rectangle en E , non en F . → F est une extrémité de l'hypoténuse $[FG]$: l'angle droit ne peut pas s'y trouver. Son sommet est le seul qui n'appartient pas au plus grand côté.	1 pt
Ligne 4 — l'arête calculée avec le triangle de l'apothème.	C'est l'apothème (5 cm), pas l'arête. Demi-diagonale : $4^2 + 4^2 = 32$; puis $SA^2 = 32 + 3^2 = 41$, d'où $SA = \sqrt{41} \approx 6,4$ cm. → L'apothème vise le milieu d'un côté, l'arête un sommet : deux cibles, deux triangles. L'arête demande deux triangles rectangles successifs.	1 pt
Lignes 5 et 6 — un arrondi en cours de calcul, qui inverse la conclusion.	Garder $d^2 = 3400$: $D^2 = 3400 + 1600 = 5000$, d'où $D = \sqrt{5000} \approx 70,7$ cm ; 70,7 cm dépasse 70,6 cm, la tige tient. → En arrondissant d à 58 cm, l'élève perd près d'un tiers de centimètre, assez pour faire passer la diagonale sous 70,6 cm. On n'arrondit qu'à la dernière ligne.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur repérée sans le calcul juste : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Corriger la ligne 1 par « il faut vérifier » sans mener le calcul : ici, la réciproque montre que le triangle n'est pas rectangle.
- Ne voir aucune erreur à la ligne 3, dont les calculs sont justes.
- Signaler la ligne 6 seule : l'erreur naît à la ligne 5, avec l'arrondi.

2

Vrai ou faux ? Justifie

⊗ Argumenter et justifier

🕒 12 min

5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📌 Le théorème porte sur les carrés des longueurs : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Multiplier les côtés par k multiplie les carrés par k^2 . Il ne relie que des longueurs : un angle dans les données appelle la trigonométrie.

- a « Si l'on multiplie par 3 les trois côtés d'un triangle rectangle, on obtient encore un triangle rectangle. »

1 pt

✓ **Vrai.** Si $a^2 + b^2 = c^2$, alors $(3a)^2 + (3b)^2 = 9a^2 + 9b^2 = 9c^2 = (3c)^2$: l'égalité reste vraie, et d'après la réciproque le nouveau triangle est rectangle.

→ **Pourquoi.** Multiplier les trois côtés par k multiplie les trois carrés par k^2 : c'est pourquoi les multiples d'un triplet pythagoricien en sont aussi.

- b « L'hypoténuse d'un triangle rectangle n'est pas toujours son plus long côté. »

1 pt

✓ **Faux.** Si ABC est rectangle en A , $BC^2 = AB^2 + AC^2$; comme AC^2 est positif, $BC^2 > AB^2$, donc $BC > AB$. De même, $BC > AC$.

→ **Pourquoi.** L'hypoténuse est le plus grand côté : c'est ce qui permet de repérer un résultat invraisemblable et de choisir le bon côté dans une réciproque.

- c « Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres, ce triangle n'est pas rectangle. »

1 pt

✓ **Vrai. S'il était rectangle, son plus grand côté serait l'hypoténuse et le théorème de Pythagore donnerait l'égalité. Puisqu'elle est fausse, le triangle n'est pas rectangle.**

→ **Pourquoi.** C'est ce raisonnement qui permet de conclure « pas rectangle » quand la comparaison échoue : l'égalité fausse exclut l'angle droit.

- d « Quand on connaît l'hypoténuse et un côté de l'angle droit, on obtient l'autre côté en soustrayant les deux longueurs. »

1 pt

✓ **Faux. On soustrait les carrés, pas les longueurs. Contre-exemple : hypoténuse 5 et côté 4 ; $5^2 - 4^2 = 1$, alors que l'autre côté vaut $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$.**

→ **Pourquoi.** Le triangle (3 ; 4 ; 5) suffit à réfuter l'affirmation : le théorème porte sur les carrés des longueurs, et soustraire les longueurs donne 1 au lieu de 3.

- e « Connaissant deux côtés d'un triangle rectangle, on peut en déterminer le troisième côté et chacun des angles aigus. »

1 pt

✓ **Vrai. Le théorème de Pythagore donne le troisième côté, puis le cosinus, le sinus ou la tangente donnent chaque angle aigu, puisque deux côtés vus depuis cet angle sont connus.**

→ **Pourquoi.** C'est l'enchaînement le plus fréquent au brevet : Pythagore pour la longueur manquante, puis la trigonométrie pour l'angle. Avec un seul côté connu, en revanche, Pythagore ne suffirait pas.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.
Barème : 5 points — 1 par affirmation.

❓ ERREURS FRÉQUENTES

- Répondre vrai ou faux sans justification : la réponse seule ne rapporte rien.
- Justifier une affirmation générale par un seul exemple qui la vérifie : un exemple ne démontre pas, seul un contre-exemple réfute.

3

La tyrolienne ☆ EXERCICE-PHARE

⌚ Arguer et justifier · Résoudre un problème à étapes

⌚ 20 min

7 pts

RAPPEL DE COURS



Un angle droit se démontre avant de servir : la réciproque d'abord, le théorème ensuite. Hypoténuse cherchée, on additionne ; connue, on soustrait. Un angle demandé appelle la trigonométrie. On garde les valeurs exactes et l'on conclut par une phrase.

- a Pour contrôler que le poteau est vertical, un technicien marque le point N du poteau à 1,2 m du sol et le point M du sol à 1,6 m du pied P ; il mesure $NM = 2$ m. Démontre que le poteau est perpendiculaire au sol.

1,5 pt

✓ **$NM^2 = 4$ et $PN^2 + PM^2 = 1,2^2 + 1,6^2 = 1,44 + 2,56 = 4$: d'après la réciproque, PNM est rectangle en P ; le poteau est perpendiculaire au sol.**

→ **Pourquoi.** Le plus grand côté de PNM est $[NM]$. Sans cette étape, rien ne permet d'affirmer que l'angle en P est droit : le schéma ne prouve rien. C'est la réciproque qui autorise ensuite le théorème.

- b Combien mesure le câble $[TA]$?

1,5 pt

✓ **$TA^2 = TP^2 + PA^2 = 9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$, d'où $TA = 41$ m.**

→ **Pourquoi.** D'après la question a, TPA est rectangle en P . Le câble est opposé à l'angle droit en P : c'est l'hypoténuse, cherchée, donc on additionne. La racine tombe juste : (9 ; 40 ; 41) est un triplet pythagoricien.

- c Le centre dispose de 45 m de câble ; il faut en prévoir 2 m à chaque extrémité pour les fixations. Le stock suffit-il ? 1 pt

✓ Il faut $41 + 2 + 2 = 45$ m de câble : le stock suffit, tout juste.

→ **Pourquoi.** Les fixations s'ajoutent aux deux extrémités, soit 4 m en plus des 41 m tendus. La marge est nulle : seule la valeur exacte de TA permet de conclure.

- d Par sécurité, l'angle $\widehat{TAP}$ entre le câble et le sol doit être inférieur à 15° . Cette condition est-elle respectée ? 1,5 pt

✓ $\tan \widehat{TAP} = \frac{TP}{PA} = \frac{9}{40} = 0,225$, d'où $\widehat{TAP} \approx 12,7^\circ$, moins que 15° : la condition est respectée.

→ **Pourquoi.** Dans TPA , rectangle en P , vu de A : un angle est demandé, on change d'outil. Côté opposé et côté adjacent sont donnés par l'énoncé, la tangente évite de dépendre du calcul de TA .

- e On envisage un câble tendu de 50 m, toujours fixé en T , jusqu'à un point B du sol. À quelle distance du pied P faut-il placer B ? Arrondis au décimètre. 1,5 pt

✓ $PB^2 = TB^2 - TP^2 = 50^2 - 9^2 = 2500 - 81 = 2419$, d'où $PB = \sqrt{2419} \approx 49,2$ m.

→ **Pourquoi.** TPB est rectangle en P , d'hypoténuse $[TB]$. Cette fois l'hypoténuse est connue et l'on cherche un côté de l'angle droit : on soustrait. $\sqrt{2419} \approx 49,18$, soit 49,2 m au décimètre.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

L'angle droit en P utilisé sans avoir été démontré : 0,5 sur 1,5 à la question b.

Barème : 7 points — 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5 + 1,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Utiliser l'angle droit en P dès la question a, alors que c'est précisément ce qu'il faut démontrer.
- Oublier l'une des deux fixations à la question c.
- Prendre le cosinus à la question d avec 9 et 40 : vu de A , 9 m est le côté opposé.
- Additionner à la question e : le câble de 50 m est l'hypoténuse.

RAPPEL DE COURS



Dans un pavé droit, la grande diagonale s'atteint en deux triangles rectangles successifs : la diagonale de la base, puis un triangle vertical. L'arête verticale est perpendiculaire à la base, donc à cette diagonale. On garde les valeurs exactes.

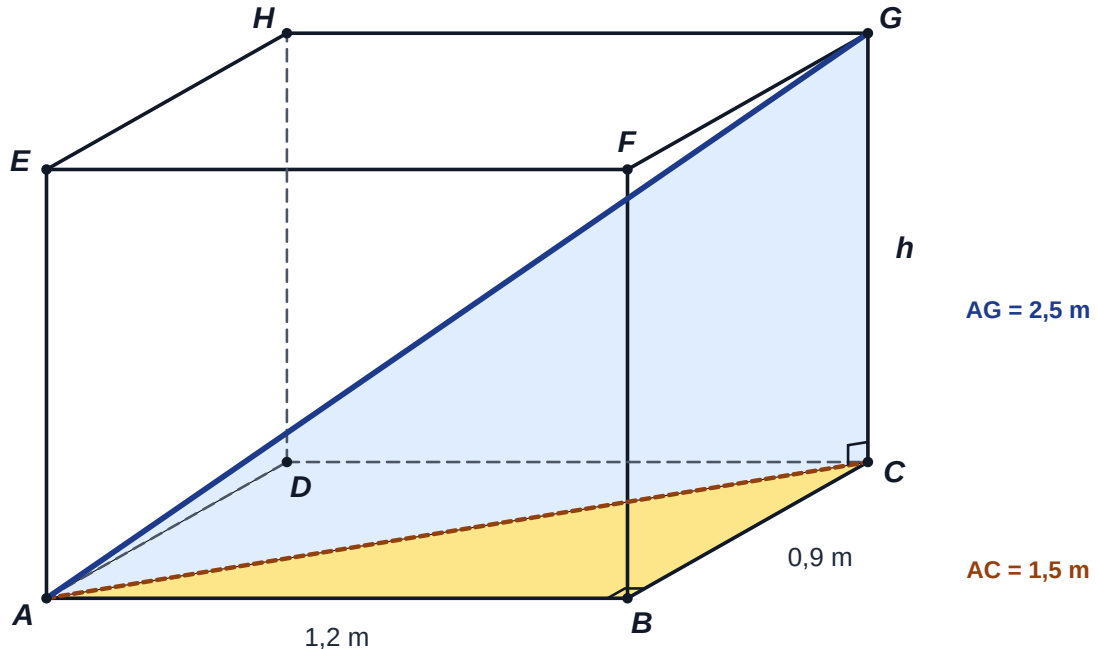


Figure complétée.

a Que mesure AC ?

1 pt

✓ $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1,2^2 + 0,9^2 = 1,44 + 0,81 = 2,25$, d'où $AC = 1,5$ m.

→ **Pourquoi.** ABC est rectangle en B , sommet du rectangle de base. C'est le premier des deux triangles rectangles, dans la base. $(0,9 ; 1,2 ; 1,5)$ est le triplet $(3 ; 4 ; 5)$ multiplié par $0,3$.

b Calcule la hauteur h pour que la tringle tienne exactement selon $[AG]$. Justifie l'angle droit utilisé.

1,5 pt

✓ ACG est rectangle en C ; $CG^2 = AG^2 - AC^2 = 2,5^2 - 1,5^2 = 6,25 - 2,25 = 4$, d'où $h = 2$ m.

→ **Pourquoi.** L'arête $[CG]$ est perpendiculaire au plan de la base, donc à (AC) : l'angle droit est en C . Second triangle, vertical : la tringle en est l'hypoténuse, connue, donc on soustrait. Le calcul habituel est retourné : on additionne dans la base, puis on soustrait.

c Une cliente préfère un placard à base carrée de 1 m de côté et de 2 m de haut. La tringle de 2,5 m y tient-elle ? Garde les valeurs exactes jusqu'à la fin.

1,5 pt

✓ $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$; $D^2 = 2 + 2^2 = 6$, d'où $D = \sqrt{6} \approx 2,45$ m, moins que 2,5 m : la tringle ne tient pas.

→ **Pourquoi.** Deux triangles rectangles successifs, comme dans tout pavé. La valeur exacte 2 est réutilisée telle quelle ; $\sqrt{6} \approx 2,449$, soit environ 5 cm de moins que la tringle.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

L'angle droit en C affirmé sans justification : 1 sur 1,5.

Barème : 4 points — 1 + 1,5 + 1,5.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Additionner dans le triangle ACG : la tringle est l'hypoténuse, connue, on soustrait.
- Ne pas justifier l'angle droit en C du triangle ACG .
- Arrondir la diagonale de la base du placard carré avant de calculer la grande diagonale.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger	Une erreur repérée sans le calcul juste : 0,5 sur 1.
Les affirmations démontrées ou réfutées	2	5 points — 1 par affirmation	« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.
Le problème à étapes rédigé	3	7 points — 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5 + 1,5	L'angle droit en P utilisé sans avoir été démontré : 0,5 sur 1,5 à la question b.
Le calcul dans l'espace retourné	4	4 points — 1 + 1,5 + 1,5	L'angle droit en C affirmé sans justification : 1 sur 1,5.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi — tu es ici



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Entraîne-toi sur des problèmes de brevet qui enchaînent Pythagore, la trigonométrie et les solides : le repérage des triangles y fait la différence.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Réécris la tyrolienne en citant à chaque étape le triangle et l'angle droit utilisés, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne pas à pas la réciproque rédigée, l'enchaînement avec la trigonométrie et la pyramide, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgressSchool · Mathématiques 3ème · Théorème de Pythagore et sa réciproque.