



NIVEAU 1 SUR 3

Essentiel

Les bases du chapitre : reconnaître la configuration, écrire les rapports, calculer et démontrer, avec des aides.

Avec banque de mots et indices · 40 minutes · sur 20

Théorème de Thalès et sa réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 1 · Essentiel**, avec le barème au point près.

📖 RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

RAPPEL DE COURS



Deux droites sécantes coupées par deux parallèles : c'est la configuration de Thalès, en triangle ou en papillon, et les rapports s'écrivent de la même façon. Un angle droit sans parallèles appelle Pythagore ; Thalès ne calcule jamais avec un angle.

QUESTION	RÉPONSE JUSTE	POURQUOI	PTS
a Dans une configuration papillon, le sommet commun des deux triangles se trouve...	✓ entre les deux parallèles	Le papillon a son sommet commun entre les deux parallèles ; la configuration triangle l'a en dehors. Le théorème s'écrit de la même façon dans les deux cas.	0,5 pt
b U est sur $[RS]$, V sur $[RT]$ et (UV) est parallèle à (ST) . L'égalité juste est...	✓ $\frac{RU}{RS} = \frac{RV}{RT} = \frac{UV}{ST}$	Le sommet commun est R . Le petit triangle RUV est au-dessus des barres, le grand triangle RST en dessous, dans le même ordre : R avec R , U avec S , V avec T .	0,5 pt
c Un triangle a un angle droit codé, aucune droite parallèle n'apparaît, et l'on cherche un côté à partir des deux autres. On utilise...	✓ le théorème de Pythagore	C'est le contre-signal du chapitre : un angle droit et pas de parallèles, ce n'est pas une configuration de Thalès, c'est un calcul de Pythagore.	0,5 pt
d Sur une figure, (EF) et (GH) ont l'air parallèles, mais ni l'énoncé ni un codage ne l'indiquent. Avant d'appliquer le théorème de Thalès, il faut...	✓ démontrer ce parallélisme	Un parallélisme lu sur un dessin n'est pas une donnée. Tant qu'il n'est pas démontré, le théorème ne s'applique pas, et le vérifier à la règle ne prouve rien.	0,5 pt
e Les côtés d'un triangle mesurent 3 cm, 4 cm et 6 cm ; ceux de son agrandissement, 4,5 cm, 6 cm et 9 cm. Le coefficient est...	✓ 1,5	$4,5 \div 3 = 6 \div 4 = 9 \div 6 = 1,5$: chaque longueur de l'agrandissement vaut une fois et demie la longueur correspondante. Un agrandissement a un coefficient plus grand que 1.	0,5 pt
f Pour comparer $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$ sans arrondir, on calcule...	✓ 5×8 et 6×7	Deux fractions sont égales si et seulement si leurs produits en croix le sont : numérateur de l'une par dénominateur de l'autre. Ici 40 et 42 diffèrent, donc les fractions aussi.	0,5 pt
g M est le milieu de $[AB]$, N est sur $[AC]$ et (MN) est parallèle à (BC) . Alors MN vaut...	✓ la moitié de BC	$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$, et le troisième rapport $\frac{MN}{BC}$ lui est égal : la base du petit triangle est la moitié de celle du grand.	0,5 pt
h Pour calculer MN , on égale le rapport $\frac{MN}{BC}$ à...	✓ $\frac{AM}{AB}$	Sous MN il y a BC , et à côté le rapport pris du sommet commun vers le segment entier. MB n'apparaît nulle part dans le théorème.	0,5 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.

Barème : 4 points — 0,5 par case juste.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Croire que le papillon s'écrit autrement que le triangle : les lettres se correspondent de la même façon.
- Prendre un morceau, comme MB , à la place du segment entier AB .
- Appliquer le théorème parce que deux traits ont l'air parallèles.

RAPPEL DE COURS



Le petit triangle se lit au-dessus des barres de fraction, le grand en dessous. Le théorème calcule une longueur, sa réciproque prouve un parallélisme. Une fraction qui ne tombe pas juste se garde telle quelle. L'aire suit le carré du coefficient, le volume son cube.

Quand le sommet commun se trouve entre les deux droites parallèles, on parle de configuration **papillon**¹. Dans chaque rapport, la longueur prise sur le petit triangle se place au **numérateur**². Pour prouver que deux droites sont parallèles, on utilise la **réciproque**³ du théorème de Thalès. Si un rapport ne tombe pas juste, on garde la **fraction**⁴ jusqu'au bout du calcul. Réduire une figure de moitié divise ses aires par 4, c'est-à-dire par le **carré**⁵ de 2. Un parallélisme ne se lit jamais sur le **dessin**⁶ : il est donné, codé ou démontré.

1. Le sommet commun entre les parallèles donne deux triangles opposés par le sommet : c'est la configuration papillon. En dehors, c'est la configuration triangle.
2. Le petit segment est en haut, le grand en bas : $\frac{AM}{AB}$. Si une petite longueur passe en dessous, l'égalité est fausse.
3. Le théorème suppose le parallélisme et calcule des longueurs ; sa réciproque part des longueurs et démontre le parallélisme.
4. Un rapport comme $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale exacte : l'arrondir en chemin fausse le résultat, la fraction le donne exactement.
5. Les longueurs sont divisées par 2, les aires par $2^2 = 4$, les volumes par $2^3 = 8$: l'exposant suit le nombre de dimensions.
6. Deux traits peuvent avoir l'air parallèles sans l'être. En géométrie, « ça se voit » ne compte pas : seule une donnée ou une démonstration autorise le théorème.

→ Intrus de la banque : **arrondi, cube, dénominateur, énoncé, triangle**.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« dénominateur » à la place de « numérateur » : le petit triangle est en haut.

Barème : 3 points — 0,5 par blanc.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire « dénominateur » au deuxième blanc : la longueur du petit triangle se place en haut.
- Écrire « cube » au cinquième blanc : une aire a deux dimensions, elle suit le carré du coefficient.

RAPPEL DE COURS



On écrit les trois rapports depuis le sommet commun, on garde les deux qui contiennent l'inconnue et des longueurs connues, puis on fait le produit en croix. Une longueur qui est un morceau se calcule ensuite par différence.

- a Écris l'égalité des trois rapports.

1 pt

✓ $\frac{EK}{EF} = \frac{EL}{EG} = \frac{KL}{FG}$

→ **Pourquoi.** Les droites (KF) et (LG) sont sécantes en E et (KL) est parallèle à (FG) : d'après le théorème de Thalès, les longueurs du petit triangle EKL sont en haut, celles du grand EFG en bas, dans le même ordre.

- b Calcule EL .

1,5 pt

✓ $EL = \frac{10 \times 6}{8} = 7,5 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** On garde $\frac{EK}{EF} = \frac{EL}{EG}$, soit $\frac{6}{8} = \frac{EL}{10}$, puis le produit en croix. 0,5 point pour l'égalité, 0,5 pour le calcul, 0,5 pour la conclusion avec l'unité.

c Calcule KL .

1 pt

✓ $KL = \frac{7 \times 6}{8} = 5,25 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** C'est le troisième rapport qui sert : $\frac{KL}{FG} = \frac{EK}{EF}$, soit $\frac{KL}{7} = \frac{6}{8}$. Avec le coefficient 0,75 : $7 \times 0,75 = 5,25$.

d Déduis-en LG .

1 pt

✓ $LG = 10 - 7,5 = 2,5 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** L est sur le segment $[EG]$: $LG = EG - EL$. Le morceau LG n'apparaît dans aucun rapport du théorème, il se calcule après.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un résultat sans unité : 1 sur 1,5 à la question b.
Barème : 4,5 points — 1 + 1,5 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $\frac{EK}{KF}$: le rapport se prend avec le segment entier EF .
- Chercher KL dans le mauvais rapport, faute d'avoir écrit les trois.
- Calculer LG par Thalès alors qu'une soustraction suffit.

4

Parallèles ou pas ?

🕒 Démontrer un parallélisme

🕒 8 min

3,5 pts

RAPPEL DE COURS



La réciproque demande deux choses : des points alignés dans le même ordre et deux rapports égaux. On calcule chaque rapport séparément, puis on compare : des décimaux entre eux, ou des produits en croix si un rapport ne tombe pas juste.

a En partant de I , quel point rencontre-t-on en premier sur chacune des deux droites ?

0,5 pt

✓ J sur (IK) et L sur (IM) : la disposition est la même.

→ **Pourquoi.** J est entre I et K , L est entre I et M : en partant de I , on rencontre d'abord le point intermédiaire, puis l'extrémité, sur les deux droites.

b Calcule $\frac{IJ}{IK}$.

0,5 pt

✓ $\frac{2,7}{4,5} = 0,6$

→ **Pourquoi.** Le rapport se calcule seul, sans le relier à l'autre par un signe égal : c'est la comparaison qui viendra ensuite qui décidera.

c Calcule $\frac{IL}{IM}$.

0,5 pt

✓ $\frac{3,6}{6} = 0,6$

→ **Pourquoi.** Même travail pour la seconde droite, du sommet commun I vers le segment entier $[IM]$.

d Que peux-tu en déduire pour les droites (JL) et (KM) ? Cite la propriété.

1 pt

✓ (JL) est parallèle à (KM) , d'après la réciproque du théorème de Thalès.

→ **Pourquoi.** Les rapports sont égaux et les points alignés dans le même ordre : les deux conditions sont écrites avant la conclusion. Sans le mot « alignés », la démonstration est incomplète : 0,5 sur 1.

e On reprend avec $IJ = 4 \text{ cm}$, $IK = 7 \text{ cm}$, $IL = 6 \text{ cm}$ et $IM = 10 \text{ cm}$, disposés de la même façon. Que conclure pour (JL) et (KM) ?

1 pt

✓ Elles ne sont pas parallèles, car $40 \neq 42$.

→ **Pourquoi.** $\frac{4}{7}$ n'est pas décimal : on compare les produits en croix, sans arrondir, $4 \times 10 = 40$ et $7 \times 6 = 42$. S'ils étaient parallèles, le théorème donnerait deux rapports égaux ; ce n'est pas le cas.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une conclusion sans la condition d'alignement : 0,5 sur 1.

Barème : 3,5 points — 0,5 + 0,5 + 0,5 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $\frac{IJ}{IK} = \frac{IL}{IM}$ dès la première ligne, avant d'avoir calculé : c'est supposer ce qu'on veut démontrer.
- Oublier l'ordre des points dans la conclusion.
- Conclure « presque parallèles » quand 40 et 42 diffèrent.

5

La poutre de la charpente ☆ EXERCICE-PHARE

⌚ Calculer une longueur · Résoudre un problème

⌚ 11 min

5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📖 Deux droites sécantes et deux parallèles : on écrit les trois rapports, puis on calcule. Le petit triangle est une réduction du grand ; le coefficient multiplie les longueurs, son carré multiplie les aires.

a Pourquoi peut-on appliquer le théorème de Thalès dans cette charpente ?

1 pt

✓ **(MB) et (NC) sont sécantes en A, et (MN) est parallèle à (BC).**

→ **Pourquoi.** Les deux conditions sont réunies, et la seconde vient de l'énoncé, pas du dessin. Le sommet commun A est en dehors des parallèles : configuration triangle.

b Que vaut $\frac{AM}{AB}$?

0,5 pt

✓ $\frac{2}{5} = 0,4$

→ **Pourquoi.** Petit segment en haut, segment entier en bas : AB mesure 5 m, et non MB, qui vaut 3 m.

c Calcule la longueur de la poutre MN.

1,5 pt

✓ **$MN = 8 \times 0,4 = 3,2$ m**

→ **Pourquoi.** D'après le théorème de Thalès, $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$, soit $\frac{MN}{8} = 0,4$. 0,5 point pour l'égalité, 0,5 pour le calcul, 0,5 pour la conclusion avec l'unité.

d Par quel nombre faut-il multiplier chaque longueur de ABC pour obtenir celle de AMN ?

0,5 pt

✓ **0,4**

→ **Pourquoi.** Toutes les longueurs de AMN valent 0,4 fois celles de ABC : c'est la valeur commune des trois rapports, inférieure à 1 puisqu'il s'agit d'une réduction.

e Calcule l'aire du triangle AMN.

1 pt

✓ **$12 \times 0,4^2 = 12 \times 0,16 = 1,92$ m²**

→ **Pourquoi.** Une aire a deux dimensions : elle est multipliée par le carré du coefficient. Contrôle : base 3,2 m et hauteur $3 \times 0,4 = 1,2$ m, d'où $3,2 \times 1,2 \div 2 = 1,92$.

f Un camarade trouve 4,8 m² pour l'aire de AMN. Quelle erreur a-t-il commise ?

0,5 pt

✓ **Il a multiplié l'aire par 0,4 au lieu de 0,4².**

→ **Pourquoi.** $12 \times 0,4 = 4,8$: il a traité l'aire comme une longueur. Une aire suit le carré du coefficient, pas le coefficient lui-même.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

L'aire multipliée par le coefficient au lieu de son carré : 0 sur 1.

Barème : 5 points — 1 + 0,5 + 1,5 + 0,5 + 1 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Utiliser $MB = 3$ m dans le rapport au lieu de $AB = 5$ m.
- Multiplier l'aire par 0,4 au lieu de 0,4².
- Oublier l'unité, ou écrire m au lieu de m² pour une aire.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Le bon réflexe reconnu	1	4 points — 0,5 par case juste	Deux cases cochées pour une même question : la question vaut 0.
Le vocabulaire du chapitre	2	3 points — 0,5 par blanc	« dénominateur » à la place de « numérateur » : le petit triangle est en haut.
Les trois longueurs calculées et rédigées	3	4,5 points — 1 + 1,5 + 1 + 1	Un résultat sans unité : 1 sur 1,5 à la question b.
La réciproque menée jusqu'au bout	4	3,5 points — 0,5 + 0,5 + 0,5 + 1 + 1	Une conclusion sans la condition d'alignement : 0,5 sur 1.
Le problème de la charpente	5	5 points — 1 + 0,5 + 1,5 + 0,5 + 1 + 0,5	L'aire multipliée par le coefficient au lieu de son carré : 0 sur 1.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel — tu es ici



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi



17 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

Les bases sont solides. Passe au niveau 2 — Standard : tu y liras des figures papillon, tu calculeras avec des rapports qui ne tombent pas juste et tu démontreras qu'un plateau de table est horizontal.



12 à 16

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction des exercices où tu as perdu des points. Refais le niveau 1 dans quelques jours sans regarder les indices ; au-delà de 16, passe au niveau 2.



moins de 12

REVOIR LA FICHE

Reprends la fiche de cours : les deux configurations, l'ordre des lettres dans les rapports et la méthode de la réciproque. Refais ensuite ce contrôle.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Théorème de Thalès et sa réciproque.