



NIVEAU 2 SUR 3

Standard

Le niveau d'un contrôle de classe : lire un papillon, reconstruire des segments, calculer sans arrondir, démontrer.

Questions guidées, sans banque de mots · 55 minutes · sur 20

Théorème de Thalès et sa réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 2 · Standard**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Lire un papillon

⌚ Analyser une figure

⌚ 8 min

3 pts

RAPPEL DE COURS



Repasser au crayon les deux triangles séparés des longueurs du petit et celles du grand. Dans un papillon, chaque côté du grand triangle part du sommet commun et va à l'autre parallèle ; il ne contient pas le côté correspondant du petit.

a Quelle est la configuration ? Justifie.

0,5 pt

✓ **Papillon : le sommet commun E est entre les deux parallèles.**

→ **Pourquoi.** K et Q sont de part et d'autre de E , comme L et P . Le théorème s'applique comme dans un triangle, puisque les droites sont sécantes et (KL) parallèle à (PQ) .

b Nomme les deux triangles, en écrivant leurs sommets dans l'ordre où ils se correspondent.

0,5 pt

✓ **EKL et EQP**

→ **Pourquoi.** E correspond à E ; K et Q sont sur la même droite passant par E , comme L et P . L'ordre des lettres dit quel segment répond à quel autre.

c Écris, dans l'ordre établi, les trois quotients que le théorème rend égaux.

0,5 pt

✓ **$\frac{EK}{EQ} = \frac{EL}{EP} = \frac{KL}{QP}$**

→ **Pourquoi.** Chaque colonne fait une fraction : petit triangle EKL en haut, grand triangle EQP en bas, dans l'ordre établi à la question précédente.

d Avec EK , EQ et EL seulement, quelle distance devient accessible ? Écris l'égalité qui la donne.

0,5 pt

✓ **EP , avec $\frac{EK}{EQ} = \frac{EL}{EP}$.**

→ **Pourquoi.** On ne garde que les deux rapports où figurent l'inconnue et des longueurs toutes connues ; le troisième rapport contient deux inconnues.

e Si l'on connaît plutôt EK , EQ et QP , laquelle devient accessible ?

0,5 pt

✓ **KL , avec $\frac{KL}{QP} = \frac{EK}{EQ}$.**

→ **Pourquoi.** C'est le troisième rapport qui sert ici : il fait partie du théorème au même titre que les deux autres, et c'est souvent celui qu'on oublie.

f Une élève écrit $\frac{EK}{KQ} = \frac{EL}{LP}$. Pourquoi est-ce faux ?

0,5 pt

✓ $[KQ]$ n'est pas un côté du grand triangle : il fallait EQ et EP .

→ **Pourquoi.** Dans un papillon, $[KQ]$ traverse le sommet commun et réunit un côté de chaque triangle. Le rapport se prend avec le côté du grand triangle issu de E .

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une égalité où K répond à P : 0 sur 0,5.

Barème : 3 points — 0,5 par question.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Associer K à P parce qu'ils sont du même côté du dessin : K et Q sont sur la même droite passant par E .
- Écrire $\frac{EK}{KQ}$ en prenant toute la droite au lieu du côté $[EQ]$ du grand triangle.

2 Reconstruire le segment entier

🧮 Calculer

🕒 12 min

4,5 pts

RAPPEL DE COURS

📖 Le théorème compare des segments issus du sommet commun. Quand l'énoncé donne des morceaux, on reconstruit d'abord les segments entiers, et l'on revient aux morceaux à la fin, par différence.

a Calcule DF .

0,5 pt

✓ $DF = 6 + 4 = 10$ cm

→ **Pourquoi.** E est sur le segment $[DF]$: $DF = DE + EF$. C'est le segment entier dont le théorème a besoin.

b Calcule DH .

1,5 pt

✓ $DH = \frac{7,5 \times 10}{6} = 12,5$ cm

→ **Pourquoi.** Les droites (EF) et (GH) sont sécantes en D et (EG) est parallèle à (FH) : d'après le théorème de Thalès, $\frac{DE}{DF} = \frac{DG}{DH}$, soit $\frac{6}{10} = \frac{7,5}{DH}$.

c Déduis-en GH .

1 pt

✓ $GH = 12,5 - 7,5 = 5$ cm

→ **Pourquoi.** G est sur $[DH]$: le morceau GH est ce qui reste du segment entier. Il ne figure dans aucun rapport.

d Calcule EG .

1,5 pt

✓ $EG = \frac{9 \times 6}{10} = 5,4$ cm

→ **Pourquoi.** Troisième rapport : $\frac{EG}{FH} = \frac{DE}{DF}$, avec le segment entier $DF = 10$ cm et non le morceau EF .

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le morceau EF employé à la place de DF : 0,5 sur 1,5.

Barème : 4,5 points — 0,5 + 1,5 + 1 + 1,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $\frac{DE}{EF}$: on obtient $DH = 11,25$ cm au lieu de 12,5 cm.
- Prendre DG pour DH dans le calcul de EG .
- Oublier de soustraire pour obtenir GH .

RAPPEL DE COURS

- 📄 Le papillon s'écrit comme le triangle. Quand le coefficient n'a pas d'écriture décimale exacte, on le garde sous forme de fraction : le petit vaut cette fraction du grand, et le grand vaut la fraction inverse du petit.

- a Écris $\frac{OR}{OT}$ sous forme de fraction irréductible.

0,5 pt

✓ $\frac{3}{7}$

→ **Pourquoi.** $\frac{6}{14}$ se simplifie par 2. Ce rapport n'a pas d'écriture décimale exacte : on le garde en fraction pour toute la suite.

- b Calcule OU .

1,5 pt

✓ $OU = 4,5 \times \frac{7}{3} = 10,5 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** D'après le théorème de Thalès, $\frac{OR}{OT} = \frac{OS}{OU} = \frac{RS}{TU}$. Le petit vaut $\frac{3}{7}$ du grand, donc le grand vaut $\frac{7}{3}$ du petit : le résultat est exact.

- c Calcule TU .

1,5 pt

✓ $TU = 3,9 \times \frac{7}{3} = 9,1 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** Troisième rapport, même coefficient : $\frac{RS}{TU} = \frac{3}{7}$. $3,9 \times 7 = 27,3$, puis $27,3 \div 3 = 9,1$.

- d Un élève remplace $\frac{3}{7}$ par 0,43. Quelle valeur obtient-il pour OU , au centième près ? Commente.

0,5 pt

✓ $4,5 \div 0,43 \approx 10,47 \text{ cm}$: faux dès le dixième, au lieu de 10,5 cm.

→ **Pourquoi.** 0,43 est déjà un arrondi de 0,428... ; l'erreur se transmet au résultat et le barème la refuse. Avec la fraction, aucun arrondi n'intervient.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un résultat calculé avec 0,43 : 0,5 sur 1,5.

Barème : 4 points — 0,5 + 1,5 + 1,5 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Remplacer $\frac{3}{7}$ par 0,43 et obtenir $OU \approx 10,47 \text{ cm}$.
- Associer R à U : R et T sont sur la même droite passant par O .

RAPPEL DE COURS

- 📄 Une réduction de coefficient k multiplie toutes les longueurs par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Le coefficient se lit sur deux longueurs correspondantes, petite sur grande.

- a Quel est le coefficient de réduction ?

0,5 pt

✓ $\frac{9}{15} = 0,6$

→ **Pourquoi.** La hauteur est la seule longueur connue des deux briques : petite hauteur sur grande hauteur. Le coefficient est inférieur à 1, comme toute réduction.

- b Quelle surface de carton faut-il pour la mini-brique ?

1 pt

✓ $600 \times 0,6^2 = 600 \times 0,36 = 216 \text{ cm}^2$

→ **Pourquoi.** Une surface suit le carré du coefficient. Contrôle : la mini-brique mesure 3,6 cm sur 6 cm sur 9 cm, et $2 \times (21,6 + 32,4 + 54) = 216$.

c Quel volume de jus contient la mini-brique ?

1 pt

✓ $900 \times 0,6^3 = 900 \times 0,216 = 194,4 \text{ cm}^3$

→ **Pourquoi.** Trois dimensions, chacune multipliée par 0,6 : le volume est multiplié par $0,6^3$. Contrôle : $3,6 \times 6 \times 9 = 194,4$.

d La publicité annonce : « la mini-brique contient 60 % du jus de la grande ». Est-ce exact ?

1 pt

✓ **Non** : $194,4 \div 900 = 0,216$, soit **21,6 % seulement**.

→ **Pourquoi.** 60 % correspond au coefficient des longueurs. Le volume suit le cube du coefficient : $0,6^3 = 0,216$, un peu plus d'un cinquième.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le volume multiplié par le carré du coefficient : 0 sur 1.
Barème : 3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Prendre $\frac{15}{9}$: le coefficient d'une réduction est inférieur à 1.
- Multiplier le volume par 0,6 ou par 0,36 au lieu de $0,6^3$.
- Croire que la mini-brique contient 60 % du jus.

5

La table pliante ☆ EXERCICE-PHARE

⌚ Démontrer et rédiger · Résoudre un problème

⌚ 15 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



Avant d'utiliser un parallélisme, on le démontre : points alignés dans le même ordre, deux rapports calculés séparément, comparaison sans arrondi, conclusion. Une fois le parallélisme acquis, le théorème donne les longueurs.

a Où se trouve O par rapport aux extrémités de chaque pied ? Qu'en déduis-tu pour la disposition des points ?

0,5 pt

✓ **Entre elles : l'ordre est le même sur les deux barres.**

→ **Pourquoi.** O est entre A et C comme entre B et D : les points A, O, C et B, O, D sont alignés dans le même ordre, en configuration papillon.

b Les rapports $\frac{OA}{OC}$ et $\frac{OB}{OD}$ sont-ils égaux ? Réponds sans valeur approchée.

1,5 pt

✓ **Oui** : $36 \times 60 = 54 \times 40 = 2160$.

→ **Pourquoi.** $\frac{36}{54}$ ne tombe pas juste : on compare les produits en croix. On peut aussi simplifier : les deux rapports valent $\frac{2}{3}$. 0,5 point par produit, 0,5 pour la comparaison.

c Démontre que le plateau est parallèle au sol.

1 pt

✓ **Le plateau (AB) est parallèle au sol (CD), par la réciproque.**

→ **Pourquoi.** Les deux conditions sont réunies : rapports égaux (question b) et points alignés dans le même ordre (question a). Le sol passe par C et D , le plateau par A et B .

d Calcule l'écart CD entre les pieds sur le sol.

1 pt

✓ $CD = \frac{50 \times 54}{36} = 75 \text{ cm}$

→ **Pourquoi.** Le parallélisme est maintenant démontré : d'après le théorème de Thalès, $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$, soit $\frac{2}{3} = \frac{50}{CD}$, d'où $CD = 50 \times \frac{3}{2}$.

e On remplace le pied $[BD]$ par un pied plus long, avec $OD = 63 \text{ cm}$, sans rien changer d'autre. Le plateau reste-t-il parallèle au sol ?

1 pt

✓ **Non** : $36 \times 63 = 2268$, alors que $54 \times 40 = 2160$.

→ **Pourquoi.** Les rapports sont différents. Si le plateau restait parallèle au sol, le théorème donnerait des rapports égaux : il est donc incliné.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le parallélisme affirmé sans la condition d'alignement : 0,5 sur 1.

Barème : 5 points — $0,5 + 1,5 + 1 + 1 + 1$.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Utiliser le théorème à la question d sans avoir démontré le parallélisme.
- Comparer 0,67 et 0,67 : deux arrondis égaux ne prouvent pas l'égalité des rapports.
- Oublier l'ordre des points dans la conclusion de la réciproque.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Le papillon lu sans erreur de correspondance	1	3 points — 0,5 par question	Une égalité où K répond à P : 0 sur 0,5.
Les segments entiers reconstruits avant le calcul	2	4,5 points — 0,5 + 1,5 + 1 + 1,5	Le morceau EF employé à la place de DF : 0,5 sur 1,5.
La fraction gardée jusqu'au bout	3	4 points — 0,5 + 1,5 + 1,5 + 0,5	Un résultat calculé avec 0,43 : 0,5 sur 1,5.
Le bon exposant pour chaque grandeur	4	3,5 points — 0,5 + 1 + 1 + 1	Le volume multiplié par le carré du coefficient : 0 sur 1.
La réciproque, puis le théorème	5	5 points — 0,5 + 1,5 + 1 + 1 + 1	Le parallélisme affirmé sans la condition d'alignement : 0,5 sur 1.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard — tu es ici



Niveau 3 · Approfondi



16 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

C'est le niveau attendu en classe, et tu l'as. Passe au niveau 3 — Approfondi : une copie à corriger, des affirmations à justifier et un problème à étapes sans aucune aide.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Repère l'exercice où tu as perdu le plus de points et relis son rappel de cours. Refais le niveau 2 dans quelques jours ; vise 16 avant de passer au niveau 3.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Fais d'abord le niveau 1 — Essentiel : il vérifie la configuration, l'écriture des rapports et la réciproque pas à pas, dont ce contrôle a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Théorème de Thalès et sa réciproque.