



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, justifier, résoudre un problème à étapes : le chapitre sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Théorème de Thalès et sa réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

❏ RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Trouve l'erreur

⌚ Repérer et corriger une erreur

⌚ 11 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Le théorème suppose le parallélisme, la réciproque le démontre, et seulement si les points sont alignés dans le même ordre. Deux arrondis égaux ne prouvent pas l'égalité de deux rapports. Une aire suit le carré du coefficient.

LA COPIE ANNOTÉE

- Question 1. Sur la figure, (EF) et (GH) ont l'air parallèles : d'après le théorème de Thalès, $\frac{AE}{AG} = \frac{AF}{AH}$, donc elles sont parallèles.
- Question 2. M est sur $[AB]$; N est sur la droite (AC) , avec A entre N et C . $AM = 3$, $AB = 5$, $AN = 4,8$, $AC = 8$.
- $\frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{4,8}{8} = 0,6$: les rapports sont égaux, donc (MN) est parallèle à (BC) .
- Question 3. R, K, P et R, L, Q sont alignés dans cet ordre ; $\frac{RK}{RP} = \frac{5}{7} \approx 0,71$ et $\frac{RL}{RQ} = \frac{12}{17} \approx 0,71$, donc (KL) est parallèle à (PQ) .
- Question 4. Une affiche de 40 cm sur 60 cm est agrandie au coefficient 1,5.
- Nouvelle aire : $40 \times 60 \times 1,5 = 3600 \text{ cm}^2$.

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 1 — un parallélisme lu sur le dessin, et le théorème employé à la place de la réciproque.	On ne peut pas partir du parallélisme ; on compare : $4 \times 12 = 48$ et $10 \times 5 = 50$, donc (EF) et (GH) ne sont pas parallèles. → Le théorème suppose le parallélisme : il ne peut pas servir à le prouver. La réciproque, menée sans arrondi, conclut l'inverse de ce que le dessin suggère. 0,5 point pour l'erreur repérée, 0,5 pour la correction calculée.	1 pt
Lignes 2 et 3 — des points qui ne sont pas dans le même ordre.	L'ordre est A, M, B d'un côté et N, A, C de l'autre : la réciproque ne s'applique pas, et (MN) n'est pas parallèle à (BC) . → Les calculs sont justes, mais l'égalité des rapports ne suffit pas : M est du côté de B , N de l'autre côté de A . La seconde condition de la réciproque manque.	1 pt
Ligne 4 — deux arrondis égaux pris pour deux rapports égaux.	Produits en croix : $5 \times 17 = 85$ et $7 \times 12 = 84$; les rapports diffèrent, (KL) n'est pas parallèle à (PQ) . → $\frac{5}{7} \approx 0,714$ et $\frac{12}{17} \approx 0,706$: l'arrondi au centième efface la différence. Un rapport non décimal se compare par les produits en croix, jamais par des arrondis.	1 pt
Lignes 5 et 6 — le résultat annoncé pour l'affiche agrandie.	Il faut le carré, $1,5^2 = 2,25$: $2400 \times 2,25 = 5400 \text{ cm}^2$. → L'élève a multiplié l'aire par le coefficient lui-même. Une aire a deux dimensions, chacune multipliée par 1,5. Contrôle : l'affiche agrandie mesure 60 cm sur 90 cm, et $60 \times 90 = 5400$.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur repérée sans la correction calculée : 0,5 sur 1.
Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Corriger la ligne 1 par « il faut le démontrer » sans mener le calcul : ici, la réciproque montre que les droites ne sont pas parallèles.
- Ne voir aucune erreur aux lignes 2 et 3, dont les calculs sont justes.
- Recalculer 0,71 avec plus de décimales sans conclure par les produits en croix.

2

Vrai ou faux ? Justifie

🗨 Argumenter et justifier

🕒 12 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



Le théorème : sécantes et parallèles donnent trois rapports égaux. Sa réciproque : points alignés dans le même ordre et rapports égaux donnent des parallèles. Un coefficient k agit par k sur les longueurs, k^2 sur les aires, k^3 sur les volumes.

a « Le théorème de Thalès permet de calculer la mesure d'un angle. »

1 pt

✓ **Faux. Il ne relie que des longueurs, par des rapports ; un angle se calcule par la trigonométrie.**

→ **Pourquoi.** Thalès ne calcule jamais avec un angle : c'est le contre-signal du chapitre. Un angle donné en degrés et une longueur demandée appellent le cosinus, le sinus ou la tangente.

b « Quand $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, il est impossible que (MN) et (BC) soient parallèles. »

1 pt

✓ **Vrai. Si elles étaient parallèles, le théorème de Thalès imposerait $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; ce n'est pas le cas.**

→ **Pourquoi.** C'est ce raisonnement qui autorise à conclure « pas parallèles » quand la comparaison échoue : on ne passe pas par la réciproque, mais par le théorème lui-même.

c « Dans une configuration papillon, chaque rapport s'écrit avec un segment qui contient l'autre. » 1 pt

✓ **Faux. Dans un papillon, $[AB]$ ne contient pas $[AM]$: M et B sont de part et d'autre de A . Le rapport $\frac{AM}{AB}$ s'écrit pourtant de la même façon.**

→ **Pourquoi.** Ce qui compte, c'est la correspondance des sommets : A avec A , M avec B , N avec C . Dans la configuration triangle, le grand segment contient le petit ; dans le papillon, non.

d « Si l'on double toutes les longueurs d'une figure, son aire double aussi. » 1 pt

✓ **Faux. Contre-exemple : un carré de 1 cm de côté a une aire de 1 cm² ; avec 2 cm de côté, son aire vaut 4 cm².**

→ **Pourquoi.** L'aire est multipliée par le carré du coefficient : $2^2 = 4$. Un seul contre-exemple suffit à réfuter une affirmation générale.

e « Dans un triangle ABC , si M est sur $[AB]$ avec $AM = \frac{1}{3}AB$ et N sur $[AC]$ avec $AN = \frac{1}{3}AC$, alors $MN = \frac{1}{3}BC$. » 1 pt

✓ **Vrai. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$, points alignés dans le même ordre : (MN) est parallèle à (BC) par la réciproque ; puis $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{3}$ par le théorème.**

→ **Pourquoi.** Deux étapes enchaînées : la réciproque établit le parallélisme, le théorème donne alors le troisième rapport. Sans la première, la seconde n'a pas le droit de s'appliquer.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.
Barème : 5 points — 1 par affirmation.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Répondre vrai ou faux sans justification : la réponse seule ne rapporte rien.
- Justifier une affirmation générale par un seul exemple qui la vérifie : un exemple ne démontre pas, seul un contre-exemple réfute.

3

Le jardin partagé ☆ EXERCICE-PHARE

⌚ Arguer et justifier · Résoudre un problème à étapes

⌚ 20 min

7 pts

RAPPEL DE COURS



Un parallélisme se démontre avant de servir : la réciproque d'abord, le théorème ensuite. Le petit triangle est une réduction du grand : son aire est celle du grand multipliée par le carré du coefficient. Deux parallèles et deux droites sécantes entre elles forment aussi un papillon.

a La clôture $[MN]$ suit-elle la direction du côté $[BC]$? Démontre-le. 1,5 pt

✓ **Oui : $\frac{39}{52} = \frac{45}{60} = 0,75$.**

→ **Pourquoi.** Les rapports, décimaux, se comparent directement, et les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, (MN) est parallèle à (BC) . M est sur $[AB]$ et N sur $[AC]$: l'ordre est A, M, B et A, N, C . Sans cette étape, rien n'autorise la suite.

b Quelle longueur de clôture faut-il ? 1 pt

✓ **$MN = 56 \times 0,75 = 42$ m**

→ **Pourquoi.** D'après la question a, (MN) est parallèle à (BC) : le théorème de Thalès donne $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = 0,75$.

c Quelle est la surface de la parcelle 1 ? 1 pt

✓ **$1344 \times 0,75^2 = 1344 \times 0,5625 = 756$ m²**

→ **Pourquoi.** AMN est une réduction de ABC de coefficient 0,75 : son aire est multipliée par le carré du coefficient.

d Déduis-en l'aire de la parcelle 2.

1 pt

✓ $1344 - 756 = 588 \text{ m}^2$

→ **Pourquoi.** La parcelle 2 est le reste du terrain une fois la parcelle 1 retirée : une différence, et non un nouveau coefficient.

e Pour obtenir deux parcelles de même aire, Léa propose de placer M et N aux milieux de $[AB]$ et $[AC]$. A-t-elle raison ?

1 pt

✓ **Non : le coefficient serait 0,5, et l'aire de AMN vaudrait $1344 \times 0,25 = 336 \text{ m}^2$, le quart du terrain et non la moitié.**

→ **Pourquoi.** Diviser les longueurs par 2 divise l'aire par $2^2 = 4$. Pour partager l'aire en deux, il faudrait un coefficient plus grand que 0,5.

f Deux allées $[MC]$ et $[NB]$ se croisent en O . Démontre que $\frac{OM}{OC} = \frac{3}{4}$, puis indique quelle fraction de l'allée $[MC]$ sépare M de O .

1,5 pt

✓ $\frac{OM}{OC} = \frac{MN}{BC} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$, donc $OM = \frac{3}{7}MC$.

→ **Pourquoi.** (MC) et (NB) sont sécantes en O , et (MN) est parallèle à (BC) d'après la question a : c'est un papillon de sommet O , situé entre les deux parallèles. Sur $[MC]$, OM compte 3 parts quand OC en compte 4 : 7 parts en tout.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

La réciproque de la question a menée sans la condition d'alignement dans le même ordre : 1 sur 1,5.

Barème : 7 points — 1,5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,5.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Utiliser le théorème dès la question a, alors que le parallélisme est précisément à démontrer.
- Multiplier l'aire par 0,75 au lieu de $0,75^2$.
- Croire qu'en prenant les milieux, on partage l'aire en deux.
- Ne pas voir le papillon formé par les allées et les deux parallèles.

4

Trois tailles de bougie

Ⓢ Arguer et justifier · Transférer à une situation nouvelle

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS

📌 Si un agrandissement a pour coefficient k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 , les volumes par k^3 . Connaître le rapport des volumes ou des aires permet donc de remonter au coefficient.

a Quel est le coefficient d'agrandissement de la petite à la grande bougie ?

1 pt

✓ **2, car $2^3 = 8$.**

→ **Pourquoi.** Le volume de cire est multiplié par k^3 : on cherche le nombre dont le cube vaut 8. Ce n'est pas 8, qui est le rapport des volumes.

b Par combien est multipliée la surface de papier qui entoure la grande bougie ?

1 pt

✓ **Par $2^2 = 4$.**

→ **Pourquoi.** Une surface suit le carré du coefficient : deux dimensions, chacune doublée. Elle n'est multipliée ni par 2 ni par 8.

c La petite bougie coûte 6 € et la grande 30 €. Laquelle est la plus avantageuse pour la quantité de cire ? Justifie.

1 pt

✓ **La grande : 8 petites contiennent autant de cire et coûtent $8 \times 6 = 48$ €, plus que 30 €.**

→ **Pourquoi.** On compare à quantité de cire égale. Le prix de la grande ne vaut pas 5 fois la petite parce qu'elle est « 2 fois plus grande » : elle contient 8 fois plus.

d La moyenne bougie demande 9 fois plus de papier que la petite. Combien de fois plus de cire contient-elle ?

1 pt

✓ **27 fois plus** : $k^2 = 9$ donne $k = 3$, puis $k^3 = 27$.

→ **Pourquoi.** On remonte de la surface au coefficient, puis on redescend vers le volume. Répondre 9 confondrait le rapport des aires avec celui des volumes.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le rapport des volumes pris pour le coefficient : 0 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par question.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Prendre 8 pour le coefficient des longueurs.
- Diviser 8 par 3 ou par 2 au lieu de chercher le nombre dont le cube vaut 8.
- Comparer les prix sans ramener les deux achats à la même quantité de cire.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger	Une erreur repérée sans la correction calculée : 0,5 sur 1.
Les affirmations démontrées ou réfutées	2	5 points — 1 par affirmation	« Vrai » ou « faux » sans argument : 0 sur 1 ; un exemple donné pour démontrer une affirmation générale : 0,5 sur 1.
Le problème à étapes rédigé	3	7 points — 1,5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,5	La réciproque de la question a menée sans la condition d'alignement dans le même ordre : 1 sur 1,5.
Le coefficient retrouvé et réemployé	4	4 points — 1 par question	Le rapport des volumes pris pour le coefficient : 0 sur 1.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi — tu es ici



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Entraîne-toi sur des problèmes de brevet qui mêlent Thalès, Pythagore et les aires : repérer les deux triangles y fait la différence.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Réécris le jardin partagé en citant à chaque étape la propriété utilisée, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne pas à pas le papillon, les fractions gardées jusqu'au bout et la réciproque rédigée, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Théorème de Thalès et sa réciproque.