



NIVEAU 2 SUR 3

Standard

Le niveau d'un contrôle de classe : analyser une figure, enchaîner les calculs, modéliser une situation.

Questions guidées, sans banque de mots · 55 minutes · sur 20

Trigonométrie dans le triangle rectangle

Corrigé du contrôle **niveau 2 · Standard**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Un angle, deux triangles

⌚ Analyser une figure · Calculer

⌚ 12 min

4,5 pts

RAPPEL DE COURS



Une hauteur crée de nouveaux triangles rectangles. Un même segment peut être hypoténuse dans l'un et côté de l'angle droit dans l'autre : on nomme les côtés dans le triangle choisi, vu depuis l'angle choisi, avant d'écrire un rapport.

- a Dans DHE , vu de D : donne, dans cet ordre, l'hypoténuse, l'adjacent et l'opposé.

0,5 pt

✓ $[DE], [DH], [EH]$.

→ **Pourquoi.** DHE est rectangle en H : son hypoténuse est $[DE]$, face à cet angle droit ; $[DH]$ touche l'angle en D , $[EH]$ lui fait face.

- b Même question dans DEF , toujours vu de D .

0,5 pt

✓ $[DF], [DE], [EF]$.

→ **Pourquoi.** DEF est rectangle en E : l'hypoténuse est maintenant $[DF]$. Le segment $[DE]$, hypoténuse de DHE , devient ici un côté de l'angle droit.

- c Écris $\cos(\widehat{EDF})$ de deux façons différentes, une dans chaque triangle.

1 pt

✓ $\cos(\widehat{EDF}) = \frac{DH}{DE} = \frac{DE}{DF}$

→ **Pourquoi.** L'angle en D appartient aux deux triangles : dans DHE , adjacent DH sur hypoténuse DE ; dans DEF , adjacent DE sur hypoténuse DF .

- d Quel triangle et quel rapport permettent de calculer DF ? Calcule DF au dixième.

1,5 pt

✓ Dans DEF , le cosinus : $DF = 6 \div \cos(37^\circ) \approx 7,5 \text{ cm}$.

→ **Pourquoi.** DE est l'adjacent connu, DF l'hypoténuse cherchée, au dénominateur : on divise. Contrôle : DF dépasse DE , comme toute hypoténuse.

- e Calcule EH au dixième.

1 pt

✓ Dans DHE : $\sin(37^\circ) = \frac{EH}{6}$, donc $EH = 6 \times \sin(37^\circ) \approx 3,6 \text{ cm}$.

→ **Pourquoi.** Dans DHE , $[DE]$ est l'hypoténuse connue et $[EH]$ l'opposé à l'angle en D : c'est le sinus, et l'inconnue au numérateur se multiplie.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

DF calculé par une multiplication : on obtient DH , 0,5 sur 1,5.

Barème : 4,5 points — 0,5 + 0,5 + 1 + 1,5 + 1.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Prendre $[DF]$ pour l'hypoténuse de DHE : ce triangle est rectangle en H .
- Calculer $6 \times \cos(37^\circ) \approx 4,8$ cm pour DF : c'est la longueur DH .
- Chercher EH dans le triangle DEF , dont il n'est pas un côté.

2 Sans arrondir en route

⌚ Calculer · Contrôler un résultat

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Trois longueurs sans angle : c'est le théorème de Pythagore. Un angle demandé : on choisit le rapport qui utilise les longueurs exactes de l'énoncé, puis la touche inverse. Un résultat intermédiaire arrondi peut décaler le résultat final.

- a Calcule KL : valeur exacte, puis arrondi au dixième.

1 pt

✓ $KL^2 = JL^2 - JK^2 = 81 - 49 = 32$, donc $KL = \sqrt{32} \approx 5,7$ cm.

→ **Pourquoi.** Aucun angle n'est donné et l'on cherche une longueur à partir de deux autres : c'est Pythagore, pas la trigonométrie. L'hypoténuse $[JL]$ est connue, on soustrait.

- b Quel rapport de l'angle $\widehat{KJL}$ utilise uniquement les longueurs données par l'énoncé ? Écris-le.

1 pt

✓ **Le cosinus** : $\cos(\widehat{KJL}) = \frac{JK}{JL} = \frac{7}{9}$.

→ **Pourquoi.** Vu de J , $[JK]$ est l'adjacent et $[JL]$ l'hypoténuse, deux longueurs exactes de l'énoncé ; le sinus ou la tangente demanderaient KL , connu seulement en valeur approchée.

- c Calcule $\widehat{KJL}$ au dixième de degré.

1 pt

✓ $\widehat{KJL} = \cos^{-1}\left(\frac{7}{9}\right) \approx 38,9^\circ$

→ **Pourquoi.** La touche $\cos^{-1}$ rend l'angle : environ $38,94^\circ$. Contrôle : l'adjacent (7 cm) dépasse l'opposé ($\approx 5,7$ cm), l'angle est bien inférieur à 45° .

- d Tom calcule le même angle avec $\tan(\widehat{KJL}) = \frac{5,7}{7}$. Quel résultat obtient-il au dixième de degré ? D'où vient l'écart ?

1 pt

✓ **Environ $39,2^\circ$ au lieu de $38,9^\circ$: Tom a utilisé l'arrondi 5,7 au lieu de $\sqrt{32}$.**

→ **Pourquoi.** $\tan^{-1}\left(\frac{5,7}{7}\right) \approx 39,16^\circ$. Avec la valeur gardée en mémoire, $\sqrt{32}$, la tangente redonne $38,9^\circ$: seul l'arrondi précoce crée l'écart.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Le sinus ou la tangente choisis à la question b : 0,5 sur 1, ces rapports demandent KL .

Barème : 4 points — 1 par question.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Additionner les carrés pour KL : l'hypoténuse $[JL]$ est connue, on soustrait.
- Prendre la tangente avec la valeur arrondie de KL alors que le cosinus n'utilise que l'énoncé.
- Taper $\cos(7 \div 9)$ au lieu de $\cos^{-1}(7 \div 9)$.

RAPPEL DE COURS



L'angle de dépression se mesure entre l'horizontale et la direction du regard, quand on baisse les yeux. Le triangle utile a pour côtés l'horizontale du regard et la verticale du point visé. Sous 45° , l'opposé est plus court que l'adjacent.

- a Entre quelles directions l'angle de dépression est-il mesuré ? Nomme-le avec trois lettres.

0,5 pt

✓ Entre l'horizontale $[OP]$ et la visée $[OB]$: c'est l'angle $\widehat{POB}$.

→ **Pourquoi.** L'angle de dépression part toujours de l'horizontale du regard, jamais de la falaise verticale ; son sommet est l'œil de l'observatrice.

- b Dans OPB , rectangle en P , quel rapport lie PB à OP ? Justifie.

1 pt

✓ La tangente.

→ **Pourquoi.** Vu de O , $[PB]$ est l'opposé et $[OP]$ l'adjacent ; l'hypoténuse $[OB]$ n'est ni connue ni cherchée : c'est la tangente, le « TOA » du moyen mnémotechnique.

- c Calcule la distance horizontale OP entre Maëlle et le bateau, au mètre près.

1,5 pt

✓ $\tan(14^\circ) = \frac{52}{OP}$, donc $OP = 52 \div \tan(14^\circ) \approx 209 \text{ m}$.

→ **Pourquoi.** $PB = 52 \text{ m}$, puisque P est à la hauteur des yeux et B au niveau de la mer. L'inconnue est au dénominateur : on divise ; $52 \div \tan(14^\circ) \approx 208,6$.

- d Un camarade trouve $OP \approx 13 \text{ m}$. Quelle erreur a-t-il faite, et comment pouvait-il la voir sans refaire le calcul ?

1 pt

✓ Il a multiplié au lieu de diviser ; sous 45° , OP devait dépasser 52 m.

→ **Pourquoi.** Son calcul est $52 \times \tan(14^\circ) \approx 13$. Avec un angle de 14° , bien inférieur à 45° , l'opposé est plus court que l'adjacent : un OP plus petit que 52 m contredit la figure avant tout calcul. Le produit et le quotient ressemblent tous deux à une distance.

- e Le bateau s'approche jusqu'à 100 m à l'horizontale de Maëlle. Sous quel angle de dépression le voit-elle alors, au degré près ?

1 pt

✓ $\tan(\widehat{POB}) = 0,52$, d'où $\widehat{POB} \approx 27^\circ$.

→ **Pourquoi.** Opposé et adjacent connus : $\frac{52}{100} = 0,52$, puis la touche $\tan^{-1}$, qui donne environ $27,5^\circ$, soit 27° au degré près. Plus proche, le bateau se voit sous un angle plus grand : c'est cohérent.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

La tangente multipliée au lieu de divisée : 0,5 sur 1,5 à la question c.

Barème : 5 points — 0,5 + 1 + 1,5 + 1 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Mesurer l'angle depuis la falaise verticale au lieu de l'horizontale.
- Multiplier par $\tan(14^\circ)$: l'inconnue OP est au dénominateur.
- Prendre le sinus, alors que l'hypoténuse $[OB]$ n'est ni connue ni cherchée.

RAPPEL DE COURS



Une pente en pourcentage est le quotient du dénivelé par la distance horizontale : c'est la tangente de l'angle avec l'horizontale. La rampe elle-même est l'hypoténuse. Une pente se compare à une autre pente, un angle à un autre angle.

- a Traduis « pente de 5 % » par une égalité sur $\tan(\alpha)$.

1 pt

✓ $\tan(\alpha) = \frac{5}{100} = 0,05$: 5 m de dénivelé pour 100 m à l'horizontale.

→ **Pourquoi.** Le dénivelé est l'opposé à l'angle α , la distance horizontale l'adjacent : leur quotient est la tangente, et le pourcentage n'est qu'une autre écriture de ce quotient.

- b Quelle distance horizontale minimale faut-il prévoir ?

1 pt

✓ $0,48 \div 0,05 = 9,6$: au moins 9,6 m.

→ **Pourquoi.** Avec la pente maximale, $\tan(\alpha) = \frac{0,48}{d} = 0,05$; l'inconnue est au dénominateur, on divise. Une pente plus douce demanderait une distance encore plus longue.

- c Calcule l'angle α de cette rampe avec l'horizontale, au dixième de degré.

1 pt

✓ $\alpha = \tan^{-1}(0,05) \approx 2,9^\circ$

→ **Pourquoi.** La touche $\tan^{-1}$ rend l'angle : environ $2,86^\circ$. Une pente de 5 % est donc un angle de moins de 3° , et non de 5° .

- d Calcule la longueur de la rampe elle-même, au centimètre près.

1,5 pt

✓ $\sin(\alpha) = \frac{0,48}{\ell}$, donc $\ell = 0,48 \div \sin(\alpha) \approx 9,61$ m.

→ **Pourquoi.** La rampe est l'hypoténuse, face à l'angle droit ; avec α gardé en mémoire, $0,48 \div \sin(\alpha) \approx 9,612$. Pythagore avec 9,6 m et 0,48 m donne le même résultat ; α arrondi à $2,9^\circ$ donnerait 9,49 m.

- e Pour gagner de la place, le directeur propose une rampe de 6 m de long. Respecte-t-elle le cahier des charges ? Justifie par un calcul.

1,5 pt

✓ $\sin(\alpha) = \frac{0,48}{6} = 0,08$, d'où $\alpha \approx 4,6^\circ$; distance horizontale $6 \times \cos(\alpha) \approx 5,98$ m ; pente $0,48 \div 5,98 \approx 0,08$, soit environ 8 % : plus de 5 %, la rampe est refusée.

→ **Pourquoi.** Avec 6 m de rampe, la distance horizontale n'atteint pas les 9,6 m nécessaires : la pente dépasse forcément 5 %. On peut aussi comparer les angles : $4,6^\circ$ contre $2,9^\circ$.

- f Selon un élève, « 5 % de pente, c'est 5 % de 90° , soit $4,5^\circ$ ». Pourquoi a-t-il tort ?

0,5 pt

✓ Une pente n'est pas une fraction de l'angle droit : c'est une tangente, et $\tan^{-1}(0,05) \approx 2,9^\circ$.

→ **Pourquoi.** Le pourcentage compare le dénivelé à la distance horizontale ; il ne se convertit pas en degrés par une proportion : 100 % de pente correspondent à 45° , pas à 90° .

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une pente comparée à un angle : 0,5 sur 1,5 à la question e.

Barème : 6,5 points — 1 + 1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Diviser 0,48 par 5 au lieu de 0,05 : 5 % s'écrit 0,05.
- Confondre la longueur de la rampe avec la distance horizontale.
- Comparer l'angle de $4,6^\circ$ à la pente de 5 % : un angle et un pourcentage ne se comparent pas.
- Arrondir α avant de calculer la longueur de la rampe.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les deux triangles analysés, puis les calculs	1	4,5 points — $0,5 + 0,5 + 1 + 1,5 + 1$	DF calculé par une multiplication : on obtient DH , 0,5 sur 1,5.
Pythagore, puis l'angle sans arrondi précoce	2	4 points — 1 par question	Le sinus ou la tangente choisis à la question b : 0,5 sur 1, ces rapports demandent KL .
L'angle de dépression modélisé	3	5 points — $0,5 + 1 + 1,5 + 1 + 1$	La tangente multipliée au lieu de divisée : 0,5 sur 1,5 à la question c.
La rampe : pente, angle, longueur et décision	4	6,5 points — $1 + 1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 0,5$	Une pente comparée à un angle : 0,5 sur 1,5 à la question e.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard — tu es ici



Niveau 3 · Approfondi



16 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

C'est le niveau attendu en classe, et tu l'as. Passe au niveau 3 —

Approfondi : une copie à corriger, des affirmations à trancher et la largeur d'une rivière, sans aucune aide.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Repère l'exercice où tu as perdu le plus de points et relis son rappel de

cours. Refais le niveau 2 dans quelques jours ; vise 16 avant de passer au niveau 3.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Fais d'abord le niveau 1 — Essentiel : il vérifie le vocabulaire, les rapports sur une figure et les calculs à la calculatrice, dont ce contrôle a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Trigonométrie dans le triangle rectangle.