



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, trancher, résoudre un problème à étapes : le chapitre sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Trigonométrie dans le triangle rectangle

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Le diagnostic d'une copie

⌚ Repérer et corriger une erreur

⌚ 11 min

4 pts

RAPPEL DE COURS

Le rapport se lit sur les deux côtés en jeu, pas dans l'habitude. La touche inverse rend un angle ; l'inverse d'un nombre, non. On garde la valeur de la machine jusqu'au bout. Changer d'angle échange adjacent et opposé.

LA COPIE ANNOTÉE

- Question 1. ABC est rectangle en A , avec $AB = 10$ cm et $AC = 7$ cm. Je cherche l'angle $\widehat{ABC}$.
- J'utilise le cosinus : $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{7}{10} = 0,7$, donc $\widehat{ABC} \approx 45,6^\circ$.
- Question 2. Dans un triangle rectangle, $\cos(\alpha) = 0,35$, donc $\alpha = 1 \div 0,35 \approx 2,86^\circ$.
- Question 3. MNP est rectangle en N , $\widehat{NMP} = 52^\circ$ et $MN = 15$ cm. Je cherche NP .
- $\tan(52^\circ) \approx 1,3$, donc $NP = 15 \times 1,3 = 19,5$ cm.
- Question 4. RST est rectangle en S . Vu de R , l'adjacent est $[RS]$ et l'opposé $[ST]$; donc $\sin(\widehat{STR}) = \frac{ST}{RT}$.

⚠ erreur 1

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Lignes 1 et 2 — un rapport choisi par habitude.	$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{7}{10}$, donc $\widehat{ABC} \approx 35,0^\circ$. → Vu de B , 7 cm est l'opposé et 10 cm l'adjacent ; l'hypoténuse n'intervient pas : c'est la tangente. Le cosinus de la copie traite 10 cm comme l'hypoténuse, ce qui décale l'angle de plus de 10° . 0,5 point pour l'erreur repérée, 0,5 pour la correction calculée.	1 pt
Ligne 3 — la touche inverse confondue avec l'inverse.	$\alpha = \cos^{-1}(0,35) \approx 69,5^\circ$, et non $1 \div 0,35$. → $\cos^{-1}$ rend un angle à partir d'un rapport ; $1 \div 0,35$ est un nombre sans signification ici. La notation est la même, la fonction ne l'est pas.	1 pt
Ligne 5 — une tangente tronquée trop tôt.	$NP = 15 \times \tan(52^\circ) \approx 19,2$ cm. → Arrondir la tangente à 1,3 ajoute 0,3 cm au résultat : l'écart dépasse la précision attendue, et l'arrondi final ne le rattrape pas. Le rapport choisi, lui, est juste.	1 pt
Ligne 6 — les noms de l'angle précédent gardés.	Vu de T , l'opposé est $[RS]$: $\sin(\widehat{STR}) = \frac{RS}{RT}$. → En passant de R à T , adjacent et opposé s'échangent ; seule l'hypoténuse $[RT]$ ne bouge pas. Le quotient $\frac{ST}{RT}$ est le cosinus de l'angle en T .	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur repérée sans la correction calculée : 0,5 sur 1.
Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Corriger la ligne 2 en gardant le cosinus : c'est le rapport lui-même qui est faux.
- Signaler la ligne 4, qui est juste : l'erreur de la question 3 est à la ligne 5.
- Remplacer à la ligne 6 le sinus par le cosinus : c'est juste, mais la question portait sur le sinus.

2 Toujours, parfois, jamais ?

🗎 Argumenter et justifier

🕒 12 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



L'hypoténuse est le plus grand côté et ne dépend pas de l'angle choisi. Sinus et cosinus divisent par elle ; la tangente divise l'opposé par l'adjacent et n'a pas de plafond. Selon la place de l'inconnue dans le rapport, on multiplie ou l'on divise.

a « Dans ABC rectangle en A , $\sin(\widehat{B})$ peut valoir plus de 1. »

1 pt

✓ **Jamais vrai** : $\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC}$ et BC est le plus grand côté, donc le quotient reste inférieur à 1.

→ **Pourquoi.** Un argument général est attendu, pas un exemple : c'est la place de l'hypoténuse au dénominateur qui borne le sinus, comme le cosinus.

b « Dans ABC rectangle en A , $\tan(\widehat{B})$ est plus grand que 1. »

1 pt

✓ **Parfois vrai** : $\tan(60^\circ) \approx 1,73$, mais $\tan(30^\circ) \approx 0,58$.

→ **Pourquoi.** La tangente dépasse 1 quand l'opposé est plus long que l'adjacent, au-delà de 45° ; elle ne divise pas par l'hypoténuse, rien ne la plafonne. Un exemple et un contre-exemple suffisent à établir « parfois ».

c « Dans ABC rectangle en A , l'adjacent de $\widehat{B}$ passe par A . »

1 pt

✓ **Toujours vrai** : l'adjacent touche $\widehat{B}$ sans être l'hypoténuse $[BC]$; c'est donc $[AB]$, qui passe par A .

→ **Pourquoi.** L'hypoténuse est le seul côté qui ne passe pas par le sommet de l'angle droit ; les deux autres, adjacent et opposé, en sont les côtés.

d « UVW est rectangle en V . Vu de $\widehat{W}$, le segment $[VW]$, opposé à $\widehat{U}$, prend le nom d'hypoténuse. »

1 pt

✓ **Jamais vrai** : vu de W , $[VW]$ devient l'adjacent ; l'hypoténuse reste $[UW]$, face à l'angle droit en V .

→ **Pourquoi.** L'hypoténuse se définit par l'angle droit, qui ne bouge pas ; adjacent et opposé se définissent par l'angle choisi, et ce sont eux qui s'échangent.

e « Pour calculer une longueur, on multiplie la longueur connue par le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle. »

1 pt

✓ **Parfois vrai** : si l'inconnue est au numérateur, on multiplie (opposé = $10 \times \sin(40^\circ)$ quand l'hypoténuse vaut 10) ; si elle est au dénominateur, on divise (hypoténuse = $10 \div \cos(40^\circ)$ quand l'adjacent vaut 10).

→ **Pourquoi.** Le sens se décide sur l'égalité écrite, pas par habitude : un produit là où il fallait un quotient ressemble tout autant à une longueur.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un classement sans argument : 0 sur 1 ; « parfois » sans exemple ni contre-exemple : 0,5 sur 1.

Barème : 5 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Justifier « jamais » par un seul exemple : un exemple ne prouve pas une affirmation générale.
- Répondre « jamais » pour la tangente en la croyant bornée par 1 comme le sinus.
- Classifier sans justifier : la réponse seule ne rapporte rien.

3

La largeur de la rivière ☆ EXERCICE-PHARE

🕒 Arguer et justifier · Résoudre un problème à étapes

🕒 20 min

7 pts

RAPPEL DE COURS



Les rapports n'existent que dans un triangle rectangle : sans angle droit, on trace une hauteur qui en crée deux. Inconnue au dénominateur : on divise. On garde les valeurs exactes, et l'on résout l'équation obtenue avant d'arrondir.

Figure 1

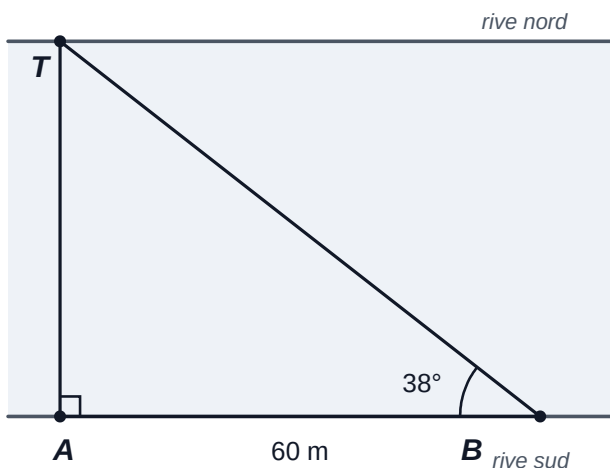
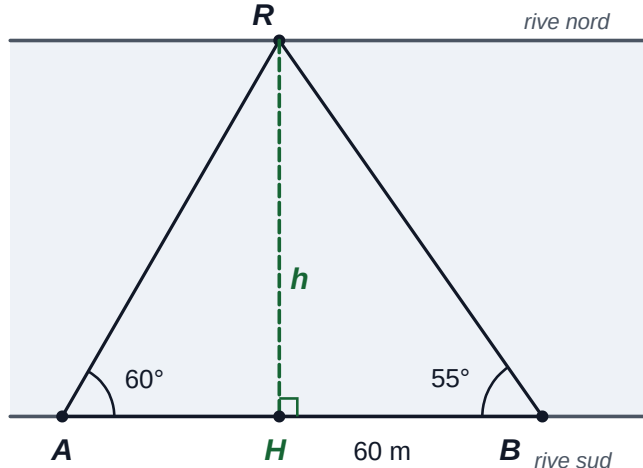


Figure 2



Document 2 annoté.

- a Figure 1 : pourquoi peut-on utiliser la trigonométrie dans le triangle ABT ? Calcule la largeur AT de la rivière, au décimètre près. (1,5 pt)

✓ ABT est rectangle en A , puisque T est en face de A . Vu de B : $\tan(38^\circ) = \frac{AT}{60}$, donc $AT = 60 \times \tan(38^\circ) \approx 46,9$ m.

→ **Pourquoi.** « En face de A » signifie que (AT) est perpendiculaire à la rive. Opposé cherché, adjacent connu : la tangente ; $60 \times \tan(38^\circ) \approx 46,88$.

- b Calcule BT au décimètre près, puis vérifie que ce résultat est vraisemblable. (1 pt)

✓ $\cos(38^\circ) = \frac{60}{BT}$, donc $BT = 60 \div \cos(38^\circ) \approx 76,1$ m, plus long que AB et que AT .

→ **Pourquoi.** $[BT]$ est l'hypoténuse : l'inconnue au dénominateur impose une division, et le résultat doit dépasser les deux autres côtés. Un produit, $60 \times \cos(38^\circ) \approx 47,3$ m, aurait été trop court.

- c Figure 2 : pourquoi ne peut-on pas écrire directement un cosinus, un sinus ou une tangente dans le triangle ARB ? Quel segment faut-il tracer ?

1 pt

✓ **ARB n'a pas d'angle droit : il faut tracer la perpendiculaire $[RH]$ à la rive, avec H sur $[AB]$. Elle crée deux triangles rectangles en H , et sa longueur h est la largeur de la rivière.**

→ **Pourquoi.** Adjacent et opposé n'ont pas de sens sans angle droit. La hauteur issue de R donne à la fois deux triangles rectangles et la largeur cherchée.

- d Exprime AH et HB en fonction de h .

1,5 pt

✓ **$AH = \frac{h}{\tan(60^\circ)}$ et $HB = \frac{h}{\tan(55^\circ)}$.**

→ **Pourquoi.** Dans AHR , vu de A , h est l'opposé et AH l'adjacent : $\tan(60^\circ) = \frac{h}{AH}$, et l'inconnue AH , au dénominateur, s'obtient par une division. Même raisonnement dans BHR , vu de B .

- e Sachant que $AH + HB = 60$, calcule h au décimètre près.

1,5 pt

✓ **$h \times \left(\frac{1}{\tan(60^\circ)} + \frac{1}{\tan(55^\circ)} \right) = 60$, donc $h = 60 \div \left(\frac{1}{\tan(60^\circ)} + \frac{1}{\tan(55^\circ)} \right) \approx 47,0$ m.**

→ **Pourquoi.** On factorise h et l'on résout une équation du premier degré ; la somme entre parenthèses, environ 1,2776, se garde en mémoire. Arrondie à 1,3, elle donnerait 46,2 m.

- f Les rives étant parallèles, les résultats des questions a et e sont-ils cohérents ? Explique le petit écart.

0,5 pt

✓ **Oui : 46,9 m et 47,0 m ne diffèrent que d'un décimètre ; les angles, mesurés au degré près, suffisent à expliquer cet écart.**

→ **Pourquoi.** Deux mesures de la même largeur doivent presque coïncider. Avec un angle en B de $54,9^\circ$ au lieu de 55° , on retrouverait 46,9 m : un dixième de degré sur un angle décale déjà le résultat.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un rapport écrit dans le triangle ARB , sans angle droit : 0 sur 1 à la question c.

Barème : 7 points — 1,5 + 1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 0,5.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire un cosinus dans le triangle ARB , qui n'a pas d'angle droit.
- Écrire $AH = h \times \tan(60^\circ)$: vu de A , AH est l'adjacent, au dénominateur de la tangente.
- Arrondir la somme entre parenthèses avant de diviser.
- Calculer BT par un produit : l'hypoténuse serait plus courte que AT .

4 Pente et angle, deux mesures différentes

⌚ Arguer et justifier · Interpréter une pente

⌚ 12 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



La pente est la tangente de l'angle avec l'horizontale, écrite en pourcentage. La tangente n'a pas de plafond : une pente peut dépasser 100 %. La touche $\tan^{-1}$ passe de la pente à l'angle, la touche $\tan$ de l'angle à la pente.

- a Quels angles correspondent aux pentes de 10 %, 20 % et 50 % ? Donne-les au dixième.

1,5 pt

✓ **Environ $5,7^\circ$, $11,3^\circ$ et $26,6^\circ$.**

→ **Pourquoi.** $\tan^{-1}(0,1) \approx 5,71^\circ$, $\tan^{-1}(0,2) \approx 11,31^\circ$, $\tan^{-1}(0,5) \approx 26,57^\circ$: 0,5 point par angle.

- b L'angle est-il proportionnel à la pente ? Justifie à l'aide de la pente de 100 %.

1 pt

✓ **Non : 100 %, c'est dix fois 10 %, mais l'angle vaut 45° , et non dix fois $5,7^\circ$, soit 57° .**

→ **Pourquoi.** Pour 100 %, le dénivelé égale la distance horizontale : $\tan(\alpha) = 1$, donc $\alpha = 45^\circ$. Les petites pentes donnent l'illusion de la proportionnalité, qui ne résiste pas aux grandes.

- c Une piste de ski annonce un passage à 120 %. Un élève affirme que c'est impossible, puisqu'une pente ne peut pas dépasser 100 %. A-t-il raison ? (1 pt)

✓ **Non : la tangente n'a pas de plafond ; 120 % correspondent à $\tan^{-1}(1,2) \approx 50,2^\circ$, un angle aigu tout à fait possible.**

→ **Pourquoi.** Au-delà de 100 %, le dénivelé dépasse la distance horizontale et l'angle dépasse 45° . C'est la tangente, et non le sinus ou le cosinus, qui peut dépasser 1.

- d Quelle pente, en pourcentage arrondi au dixième, correspond à un angle de 30° ? (0,5 pt)

✓ **$\tan(30^\circ) \approx 0,577$: environ 57,7 %.**

→ **Pourquoi.** Le passage de l'angle à la pente se fait par la touche tan, sans touche inverse : la pente est la tangente, multipliée par 100.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

La pente convertie en angle par une proportion : 0 sur 1 à la question b.

Barème : 4 points — 1,5 + 1 + 1 + 0,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Taper $\tan^{-1}(10)$ au lieu de $\tan^{-1}(0,1)$ pour une pente de 10 %.
- Conclure à la proportionnalité d'après les seules petites pentes.
- Croire qu'une pente de 100 % est verticale.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger	Une erreur repérée sans la correction calculée : 0,5 sur 1.
Les affirmations classées et justifiées	2	5 points — 1 par affirmation	Un classement sans argument : 0 sur 1 ; « parfois » sans exemple ni contre-exemple : 0,5 sur 1.
Le problème de la rivière rédigé	3	7 points — 1,5 + 1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 0,5	Un rapport écrit dans le triangle ARB , sans angle droit : 0 sur 1 à la question c.
La pente et l'angle interprétés	4	4 points — 1,5 + 1 + 1 + 0,5	La pente convertie en angle par une proportion : 0 sur 1 à la question b.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.

☆☆☆ Niveau 1 · Essentiel	★★☆ Niveau 2 · Standard	★★★ Niveau 3 · Approfondi — tu es ici
-----------------------------	----------------------------	--



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Entraîne-toi sur des problèmes de brevet qui mêlent trigonométrie, Pythagore et Thalès : le choix du triangle rectangle y fait la différence.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Réécris la rivière en nommant à chaque étape le triangle rectangle utilisé, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne pas à pas l'analyse d'une figure, l'angle de dépression et la pente, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 3ème · Trigonométrie dans le triangle rectangle.