

## Calcul littéral — Développement et factorisation

Mathématiques · 4ème  
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

## Exercice 1 — Développer

5 pts 13 min

Développer un produit de deux sommes

Développe et réduis chaque expression.

## LA RÈGLE DU COURS

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : quatre produits, jamais trois. On les écrit tous avant de calculer, puis on traite les signes, puis on réduit.

1.  $(x + 4)(x + 7)$  (1 pt)

$x^2 + 11x + 28$

→ Les quatre produits donnent  $x^2 + 7x + 4x + 28$ , et  $7 + 4 = 11$ .

2.  $(3x - 2)(x + 5)$  (1 pt)

$3x^2 + 13x - 10$

→  $3x^2 + 15x - 2x - 10$ , et  $15 - 2 = 13$ .

3.  $(2x + 1)(4x - 3)$  (1 pt)

$8x^2 - 2x - 3$

→  $8x^2 - 6x + 4x - 3$ , et  $-6 + 4 = -2$ .

4.  $(x - 6)(x - 2)$  (1 pt)

$x^2 - 8x + 12$

→ Deux signes négatifs multipliés donnent un produit positif : le terme constant vaut  $+12$ .

5. Combien de produits une double distributivité donne-t-elle ? (1 pt)

Quatre

→ Toujours quatre, même quand deux d'entre eux se ressemblent et se réduisent ensuite.

## Exercice 2 — Les identités remarquables

4 pts 11 min

Employer les identités remarquables

Développe en employant l'identité qui convient.

## LA RÈGLE DU COURS

Trois développements reviennent si souvent qu'on les reconnaît au lieu de les refaire. Dans les deux premiers, le terme du milieu vaut deux fois le produit des deux termes ; le troisième est le seul où ce terme disparaît.

1.  $(x + 5)^2$  (1 pt)

$x^2 + 10x + 25$

→ Le double produit vaut  $2 \times x \times 5 = 10x$  : c'est lui qu'on oublie.

2.  $(x - 4)^2$  (1 pt)

$x^2 - 8x + 16$

→ Le double produit est négatif, mais le carré du second terme reste positif.

3.  $(x + 9)(x - 9)$  (1 pt)

$x^2 - 81$

→ Les deux doubles produits s'annulent : c'est la différence de deux carrés.

4. Quelle identité fait disparaître le terme en  $x$  ? (1 pt)

Celle du produit d'une somme par la différence.

→ C'est ce qui la rend si utile en factorisation, et elle permet aussi des calculs mentaux.

### Exercice 3 — Factoriser

4 pts 11 min

Factoriser une expression littérale

Factorise chaque expression, puis vérifie en redéveloppant.

#### LA RÈGLE DU COURS

Le nombre de termes indique la voie. Deux termes appellent un facteur commun, puis une différence de carrés. Trois termes appellent une identité — à condition de vérifier que celui du milieu est bien le double produit.

1.  $5x^2 + 15x$  (1 pt)

$5x(x + 3)$

→ Le facteur commun porte à la fois le nombre et la lettre : 5 et  $x$ .

2.  $x^2 - 49$  (1 pt)

$(x - 7)(x + 7)$

→ Deux termes, et une différence de deux carrés :  $49 = 7^2$ .

3.  $(x + 1)(x - 3) + (x + 1)(2x + 5)$  (1 pt)

$(x + 1)(3x + 2)$

→ Le facteur commun est une parenthèse entière ; le crochet se réduit en  $3x + 2$ .

4.  $x^2 + 12x + 36$  (1 pt)

$(x + 6)^2$

→ Trois termes, et  $12x$  est bien le double produit de  $x$  par 6.

### Exercice 4 — L'équation-produit

4 pts 11 min

Résoudre une équation-produit

Résous chaque équation en donnant toutes ses solutions.

#### LA RÈGLE DU COURS

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs l'est. C'est la seule propriété qui autorise à scinder une équation, et elle ne vaut que pour zéro : deux nombres dont le produit fait douze peuvent valoir n'importe quoi.

1.  $(x - 2)(x + 7) = 0$  (1 pt)

$x = 2$  ou  $x = -7$

→ Chaque facteur donne une équation du premier degré, et chacune une solution.

2.  $x^2 - 16 = 0$  (1 pt)

$x = 4$  ou  $x = -4$

→ On factorise d'abord :  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ . La forme de départ ne laissait rien voir.

3. Pourquoi faut-il un zéro d'un côté avant de scinder ? (1 pt)

**Parce que seul un produit nul force l'un de ses facteurs à l'être.**

→ Avec un autre nombre, le produit ne dit rien sur chacun des facteurs.

4.  $3x(x - 5) = 0$  (1 pt)

$x = 0$  ou  $x = 5$

→ Le premier facteur est  $3x$ , qui s'annule pour  $x = 0$  : cette solution s'oublie souvent.

Repérer un calcul faux et le corriger

Chaque écriture est fautive. Écris la forme juste.

## LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Le carré d'une somme distribué terme à terme. Une équation scindée sans zéro de l'autre côté. Et une factorisation abandonnée avant la fin.

1.  $(x + 8)^2 = x^2 + 64$  (1 pt)

$(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$

→ Un carré n'est pas une distribution sur chaque terme : le double produit  $16x$  manque.

2. «  $(x - 1)(x + 6) = 10$ , donc  $x - 1 = 10$  ou  $x + 6 = 10$ . » (1 pt)

Il faut d'abord tout ramener à zéro, puis factoriser à nouveau.

→ La propriété du produit nul ne vaut que pour zéro, jamais pour dix.

3. «  $7x^2 - 21x$  se factorise en  $7(x^2 - 3x)$ , c'est fini. » (1 pt)

On peut encore sortir  $x$  :  $7x(x - 3)$ .

→ Une factorisation s'arrête quand plus aucun facteur n'est commun, pas avant.

## Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

| EXERCICE | ATTENDU                                         | POINTS                      | POINT PERDU SI                                                                |
|----------|-------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Ex.1     | Les quatre produits écrits avant tout calcul    | 5 points — 1 par expression | Un produit oublié, presque toujours celui qui porte les deux signes négatifs. |
| Ex.2     | Le double produit présent dans chaque carré     | 4 points — 1 par question   | Un carré distribué terme à terme : il manque alors tout le milieu.            |
| Ex.3     | La bonne voie choisie selon le nombre de termes | 4 points — 1 par expression | Une factorisation arrêtée trop tôt, alors qu'un facteur reste à sortir.       |
| Ex.4     | L'équation ramenée à zéro avant d'être scindée  | 4 points — 1 par question   | Les deux facteurs égalés à un nombre qui n'est pas zéro.                      |
| Ex.5     | L'erreur repérée, et l'expression juste écrite  | 3 points — 1 par ligne      | La faute signalée sans que la forme correcte soit donnée.                     |

## ET MAINTENANT ?

## 16 à 20

Le calcul littéral est tenu. Entraîne-toi maintenant à choisir la voie avant de calculer : développer pour comparer, factoriser pour résoudre. C'est cette décision qui sera évaluée au brevet.

## 10 à 15

Refais l'exercice 2 en écrivant le double produit en premier. C'est le terme que les copies oublient, et il vaut autant que les deux autres.

## moins de 10

Reprends la fiche de cours et prends l'habitude de vérifier avec un nombre : pour  $x = 1$ , les deux écritures doivent donner le même résultat.