



NIVEAU 2 SUR 3

Standard

Le niveau d'un contrôle de classe : développer des expressions longues, choisir sa factorisation, prouver.

Questions guidées, sans banque de mots · 55 minutes · sur 20

Calcul littéral — Développement et factorisation

Corrigé du contrôle **niveau 2 · Standard**, avec le barème au point près.

RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Développer, signes compris

Ⓢ Développer et réduire

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Quand un produit est précédé d'un signe moins, on le développe d'abord entre parenthèses, puis on change le signe de chacun de ses termes. Un coefficient placé devant un carré multiplie tout le développement de ce carré.

a $A = (3x - 1)(2x + 7)$

1 pt

✓ $A = 6x^2 + 19x - 7$

→ **Pourquoi.** $6x^2 + 21x - 2x - 7$: le troisième produit, $-1 \times 2x$, est négatif.

b $B = (4x - 3)^2$

1 pt

✓ $B = 16x^2 - 24x + 9$

→ **Pourquoi.** Le carré de $4x$ est $16x^2$; le double produit $2 \times 4x \times 3 = 24x$ est précédé du signe moins.

c $C = (x + 5)(x - 2) - (x - 4)(x + 1)$

1 pt

✓ $C = 6x - 6$

→ **Pourquoi.** $(x^2 + 3x - 10) - (x^2 - 3x - 4)$: le moins change le signe de chaque terme du second produit, et les x^2 s'éliminent.

d $D = 2(x - 1)^2 - (2x + 3)(2x - 3)$

1 pt

✓ $D = -2x^2 - 4x + 11$

→ **Pourquoi.** $2(x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 4x + 2$ et $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$; on soustrait : $2x^2 - 4x + 2 - 4x^2 + 9$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un signe moins appliqué au seul premier terme d'un produit : 0 pour l'expression.

Barème : 4 points — 1 par expression.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $-(x - 4)(x + 1) = -x^2 - 3x - 4$: seul le premier terme a changé de signe.
- Écrire $(4x - 3)^2 = 4x^2 - 24x + 9$: c'est $4x$ tout entier qui est élevé au carré.
- Au d, multiplier par 2 le seul premier terme du développement de $(x - 1)^2$.

RAPPEL DE COURS



Deux termes : facteur commun, sinon différence de deux carrés. Trois termes : identité $a^2 \pm 2ab + b^2$, après avoir vérifié le double produit. Le facteur commun peut être une parenthèse entière ; un moins devant la seconde parenthèse change les signes dans le crochet.

a $12x^2 - 18x$

1 pt

✓ $6x(2x - 3)$

→ **Pourquoi.** Facteur commun : 6 divise 12 et 18, et x figure dans les deux termes. Contrôle : $6x \times 2x - 6x \times 3$.

b $(2x + 1)(x + 4) - (2x + 1)(3x - 2)$

1 pt

✓ $(2x + 1)(-2x + 6)$

→ **Pourquoi.** Facteur commun $(2x + 1)$; le crochet vaut $x + 4 - 3x + 2 = -2x + 6$. La forme $2(2x + 1)(3 - x)$ est acceptée.

c $x^2 - 14x + 49$

1 pt

✓ $(x - 7)^2$

→ **Pourquoi.** Trois termes : $49 = 7^2$ et $14x = 2 \times x \times 7$ est bien le double produit, précédé d'un moins.

d $25x^2 - 1$

1 pt

✓ $(5x - 1)(5x + 1)$

→ **Pourquoi.** Deux termes sans facteur commun : $25x^2 = (5x)^2$ et $1 = 1^2$, c'est une différence de deux carrés.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une factorisation incomplète, où un facteur reste commun : 0,5 sur 1.

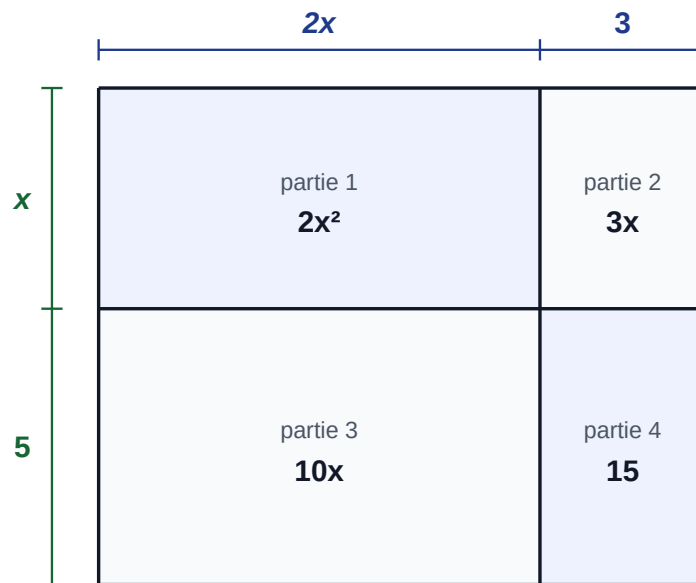
Barème : 4 points — 1 par expression.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Au b, écrire $(x + 4) - 3x - 2$ dans le crochet : le moins porte sur toute la parenthèse $(3x - 2)$.
- Au a, s'arrêter à $6(2x^2 - 3x)$ alors que x reste commun aux deux termes.
- Au d, écrire $(25x - 1)(25x + 1)$: $25x^2$ est le carré de $5x$.

RAPPEL DE COURS

- 📖 La double distributivité se lit sur un rectangle découpé : chacun des quatre produits est l'aire d'une partie, et leur somme est l'aire totale. Le dessin ne vaut que pour des longueurs positives ; la règle, elle, vaut toujours.



les longueurs sont en centimètres ; x est un nombre positif

Document 1 annoté.

- a Exprime en fonction de x l'aire de chacune des quatre parties.

1 pt

✓ **Partie 1 : $2x^2$; partie 2 : $3x$; partie 3 : $10x$; partie 4 : 15.**

→ **Pourquoi.** Chaque partie est un rectangle : $2x \times x$, $3 \times x$, $2x \times 5$ et 3×5 .

- b Écris l'aire du grand rectangle sous la forme d'un produit.

1 pt

✓ **$(2x + 3)(x + 5)$**

→ **Pourquoi.** Sa largeur mesure $2x + 3$ et sa hauteur $x + 5$: l'aire est le produit des deux.

- c Développe ce produit, réduis-le, et montre que tu retrouves la somme des quatre aires.

1 pt

✓ **$(2x + 3)(x + 5) = 2x^2 + 10x + 3x + 15 = 2x^2 + 13x + 15$; c'est la somme $2x^2 + 3x + 10x + 15$.**

→ **Pourquoi.** Les quatre produits du développement sont exactement les quatre aires du a.

- d Calcule l'aire du grand rectangle pour $x = 4$, avec la forme produit puis avec la forme développée.

1 pt

✓ **$11 \times 9 = 99$ et $2 \times 16 + 13 \times 4 + 15 = 99$: l'aire vaut 99 cm².**

→ **Pourquoi.** Les deux écritures sont égales pour tout x : elles donnent la même aire, ce qui contrôle le développement.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une aire écrite comme une somme de côtés.

Barème : 4 points — 1 par question.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Écrire $2x$ pour l'aire de la partie 1 : c'est $2x \times x = 2x^2$.
- Additionner les côtés au lieu de les multiplier : $2x + 3 + x + 5$ est un demi-périmètre, pas une aire.

RAPPEL DE COURS



On ramène tout d'un côté du signe égal, on factorise, puis on scinde : un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul. Chaque facteur donne une équation du premier degré, et l'on donne toutes les solutions.

a $(4x - 2)(x + 9) = 0$

1 pt

✓ $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -9$

→ **Pourquoi.** $4x - 2 = 0$ donne $x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $x + 9 = 0$ donne $x = -9$.

b $x^2 = 10x$

1 pt

✓ $x = 0$ ou $x = 10$

→ **Pourquoi.** On ramène à zéro : $x^2 - 10x = 0$, puis on met x en facteur : $x(x - 10) = 0$.

c $4x^2 - 25 = 0$

1 pt

✓ $x = \frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2}$

→ **Pourquoi.** $4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$: chaque facteur s'annule pour une valeur.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une solution oubliée : 0,5 sur 1.

Barème : 3 points — 1 par équation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Au b, diviser les deux membres par x et ne trouver que 10 : la solution 0 est perdue.
- Au c, ne donner que $\frac{5}{2}$: le facteur $2x + 5$ donne une seconde solution.

RAPPEL DE COURS



Un essai numérique peut réfuter une égalité, jamais la prouver pour tous les nombres. Pour prouver, on écrit chaque programme avec une lettre et on développe : deux expressions réduites identiques donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi.

a Teste A et B avec 2, puis avec -3 .

1 pt

✓ **Avec 2 : A donne $7^2 - 25 = 24$ et B donne $2 \times 12 = 24$. Avec -3 : A donne $2^2 - 25 = -21$ et B donne $-3 \times 7 = -21$.**

→ **Pourquoi.** Avec -3 : $-3 + 5 = 2$, puis $2^2 = 4$ et $4 - 25 = -21$; de l'autre côté, $-3 + 10 = 7$.

b Ces essais prouvent-ils que les deux programmes donnent toujours le même résultat ? Explique.

1 pt

✓ **Non : des essais réussis ne disent rien des nombres non essayés.**

→ **Pourquoi.** Il y a une infinité de nombres : seul un calcul fait avec une lettre vaut pour tous à la fois.

c Pour un nombre x quelconque, exprime le résultat de A, puis développe-le et réduis-le.

1,5 pt

✓ $(x + 5)^2 - 25 = x^2 + 10x + 25 - 25 = x^2 + 10x$

→ **Pourquoi.** Le carré d'une somme garde son double produit $2 \times x \times 5 = 10x$; les constantes 25 et -25 s'éliminent.

d Fais de même pour le programme B, puis conclus.

1,5 pt

✓ $x(x + 10) = x^2 + 10x$: les deux programmes donnent le même résultat pour tout nombre x ;
Hugo a raison.

→ **Pourquoi.** Les deux expressions réduites sont identiques : l'égalité est prouvée pour tous les nombres, pas seulement pour 2 et -3 .

⚠ **CE QUI COÛTE DES POINTS**

Une conclusion tirée des seuls essais : 0 au b.

Barème : 5 points — 1 + 1 + 1,5 + 1,5.

🔍 **ERREURS FRÉQUENTES**

- Écrire $(x + 5)^2 = x^2 + 25$, ce qui donne x^2 pour le programme A : le double produit $10x$ manque.
- Écrire $x \times x + 10$ pour le programme B : la multiplication porte sur la somme entière.
- Conclure dès le a, sur deux essais.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les expressions développées et réduites	1	4 points — 1 par expression	Un signe moins appliqué au seul premier terme d'un produit : 0 pour l'expression.
La voie choisie et la factorisation juste	2	4 points — 1 par expression	Une factorisation incomplète, où un facteur reste commun : 0,5 sur 1.
La figure lue et les deux écritures reliées	3	4 points — 1 par question	Une aire écrite comme une somme de côtés.
Les équations ramenées à zéro, scindées, résolues	4	3 points — 1 par équation	Une solution oubliée : 0,5 sur 1.
Les programmes testés, traduits et comparés	5	5 points — 1 + 1 + 1,5 + 1,5	Une conclusion tirée des seuls essais : 0 au b.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard — tu es ici



Niveau 3 · Approfondi



16 à 20

NIVEAU SUPÉRIEUR

C'est le niveau attendu en classe, et tu l'as. Passe au niveau 3 — Approfondi : une copie à corriger, des affirmations à trancher, une factorisation au service d'une résolution et une démonstration.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Repère l'exercice où tu as perdu le plus de points et relis son rappel de cours. Refais le niveau 2 dans quelques jours ; vise 16 avant de passer au niveau 3.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Fais d'abord le niveau 1 — Essentiel : il vérifie les signes des quatre produits et les identités remarquables, dont ce contrôle a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 4ème · Calcul littéral — Développement et factorisation.