



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, trancher, choisir la bonne forme, démontrer : le calcul littéral sans aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Calcul littéral — Développement et factorisation

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

📖 RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

La copie de Jules

🕒 Repérer une erreur et la corriger

⌚ 12 min

5 pts

RAPPEL DE COURS



Une double distributivité donne quatre produits. Un carré garde son double produit. Un moins placé devant un produit change le signe de tous les termes de son développement. Une somme de deux carrés ne se factorise pas, et toute factorisation se contrôle en redéveloppant.

LA COPIE ANNOTÉE

- 1 $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 9$
- 2 $(x + 4)(3x - 1) = 3x^2 + 12x - 4$
- 3 $-(x - 5)(x + 2) = -x^2 - 3x - 10$
- 4 $x^2 + 64 = (x + 8)(x - 8)$
- 5 $5x^2 + 10x = 5x(x + 10)$

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

⚠ erreur 5

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 1 — le carré d'une différence.	Le double produit manque : $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$. → Un carré ne se distribue pas terme à terme ; $2 \times 2x \times 3 = 12x$. Pour $x = 0$, on trouve 9 et non -9.	1 pt
Ligne 2 — un produit oublié.	Le produit $x \times (-1) = -x$ manque : $3x^2 - x + 12x - 4 = 3x^2 + 11x - 4$. → Quatre produits, toujours quatre : en n'en écrivant que trois, Jules perd le terme $-x$.	1 pt
Ligne 3 — le signe moins devant le produit.	On développe d'abord : $x^2 - 3x - 10$; le moins change tous les signes : $-x^2 + 3x + 10$. → Jules n'a changé que le signe du premier terme, alors que le moins porte sur tout le produit.	1 pt
Ligne 4 — une factorisation impossible.	$x^2 + 64$ est une somme de deux carrés : elle ne se factorise pas. → Redévelopper $(x + 8)(x - 8)$ donne $x^2 - 64$: seule une différence de deux carrés se factorise ainsi.	1 pt
Ligne 5 — le facteur restant.	$10x = 5x \times 2$, donc $5x^2 + 10x = 5x(x + 2)$. → Redévelopper $5x(x + 10)$ donne $5x^2 + 50x$: le contrôle par redéveloppement aurait signalé l'erreur.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur repérée sans le résultat juste : 0,5 sur 1.

Barème : 5 points — 1 par ligne : 0,5 pour l'erreur expliquée, 0,5 pour le résultat juste.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Corriger la ligne 1 en $4x^2 + 12x + 9$: dans le carré d'une différence, le double produit est précédé d'un moins.
- À la ligne 4, inventer une identité pour une somme : il faut écrire que l'expression n'est pas factorisable.
- Repérer l'erreur sans écrire le résultat juste.

2 Trancher et justifier

🕒 Justifier ou réfuter

🕒 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Une égalité vraie pour tout nombre se démontre en développant ; un contre-exemple suffit à la réfuter, mais un exemple ne suffit jamais à la prouver. Une différence de deux carrés se factorise en produit d'une différence par une somme.

a « Pour tout nombre x , $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$. »

1 pt

✓ **Vrai** : $(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) = 4x$.

→ **Pourquoi**. Les x^2 et les constantes s'éliminent ; il reste la différence des deux doubles produits, $2x - (-2x)$.

b « $(x+2)(x+3) = x^2 + 6$, puisque pour $x = 0$ les deux membres valent 6. »

1 pt

✓ **Faux** : pour $x = 1$, $3 \times 4 = 12$ alors que $1 + 6 = 7$.

→ **Pourquoi**. Un seul essai réussi ne prouve rien ; le développement juste est $x^2 + 5x + 6$, qui ne coïncide avec $x^2 + 6$ qu'en 0.

c « $x^2 + 6x + 4$ est égal à $(x+2)^2$. »

1 pt

✓ **Faux** : $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$.

→ **Pourquoi**. Le terme du milieu, $6x$, n'est pas le double produit $2 \times x \times 2 = 4x$: on ne force pas une identité.

d « Sans calculatrice, on peut affirmer que $53^2 - 47^2 = 600$. »

1 pt

✓ **Vrai** : $(53 - 47)(53 + 47) = 6 \times 100 = 600$.

→ **Pourquoi**. La différence de deux carrés se factorise : le calcul mental devient immédiat.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

« Vrai » ou « faux » sans calcul ni contre-exemple : 0.

Barème : 4 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Croire qu'une égalité vérifiée pour une valeur l'est pour toutes.
- Au c, se contenter de dire que « ça ne marche pas » sans montrer le double produit attendu.
- Au d, calculer 53^2 et 47^2 séparément : c'est juste mais long, et la consigne interdit la calculatrice.

RAPPEL DE COURS



Une identité repérée dans un morceau de l'expression peut faire apparaître un facteur commun caché. Pour résoudre, on cherche une forme factorisée : la forme développée d'une expression qui contient x^2 et x ne permet pas d'isoler x en quatrième.

a Factorise E .

1,5 pt

✓ $E = (x - 2)(4x + 3)$

→ **Pourquoi.** $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ fait apparaître le facteur commun $(x - 2)$; le crochet vaut $(x + 2) + (3x + 1) = 4x + 3$.

b Résous l'équation $E = 0$.

1 pt

✓ $x = 2$ ou $x = -\frac{3}{4}$

→ **Pourquoi.** Un produit est nul si l'un de ses facteurs l'est : $x - 2 = 0$ ou $4x + 3 = 0$.

c Nora a préféré développer : elle obtient $E = 4x^2 - 5x - 6$ et ne parvient pas à résoudre $4x^2 - 5x - 6 = 0$. Son développement est-il juste ? Pourquoi est-elle bloquée ?

1,5 pt

✓ **Son développement est juste, mais x y figure au carré et au premier degré : impossible de l'isoler. Il fallait factoriser.**

→ **Pourquoi.** Redévelopper $(x - 2)(4x + 3)$ redonne $4x^2 - 5x - 6$. Seule la forme produit permet d'appliquer la propriété du produit nul.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Au c, une explication qui ne dit pas que la forme produit est nécessaire : 0,5 sur 1,5.

Barème : 4 points — 1,5 + 1 + 1,5.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Ne pas voir que $x^2 - 4$ contient le facteur $(x - 2)$.
- Oublier la solution négative, ou écrire $\frac{4}{3}$ en inversant la fraction.
- Répondre que Nora s'est trompée de calcul : son développement est juste, c'est la forme choisie qui ne sert pas.

RAPPEL DE COURS



Une conjecture se tire d'essais, mais elle ne devient vraie qu'une fois démontrée pour tous les nombres. On nomme les nombres par une lettre bien choisie : prendre pour lettre le nombre du milieu rend les calculs symétriques.

a Applique le programme aux entiers 4, 5, 6, puis à deux autres suites de trois entiers consécutifs. Quelle conjecture peux-tu faire ?

1,5 pt

✓ $4 \times 6 - 5^2 = 24 - 25 = -1$; de même $9 \times 11 - 10^2 = -1$. **Conjecture : le résultat vaut toujours -1.**

→ **Pourquoi.** Tous les essais donnent -1 , y compris avec des entiers négatifs : $(-3) \times (-1) - (-2)^2 = 3 - 4 = -1$.

b On note n l'entier du milieu. Exprime les deux autres en fonction de n , puis écris le résultat du programme.

1,5 pt

✓ **Les entiers sont $n - 1$, n et $n + 1$; le résultat est $(n - 1)(n + 1) - n^2$.**

→ **Pourquoi.** Le plus petit précède n d'une unité, le plus grand le suit d'une unité.

c Démontre ta conjecture.

1,5 pt

✓ $(n-1)(n+1) - n^2 = n^2 - 1 - n^2 = -1$, pour tout entier n .

→ **Pourquoi.** Le produit d'une somme par une différence donne $n^2 - 1$; les n^2 s'éliminent, quel que soit n .

d Sans poser aucune multiplication, calcule $2027^2 - 2026 \times 2028$.

1 pt

✓ 1

→ **Pourquoi.** Pour 2026, 2027, 2028, le programme donne $2026 \times 2028 - 2027^2 = -1$; la différence demandée est l'opposée.

e On choisit maintenant trois entiers qui se suivent de 2 en 2, comme 3, 5, 7. Quel résultat le même programme donne-t-il toujours ? Démontre-le.

1,5 pt

✓ **Toujours** -4 : $(n-2)(n+2) - n^2 = n^2 - 4 - n^2 = -4$.

→ **Pourquoi.** On note n celui du milieu ; les deux autres sont $n-2$ et $n+2$. Contrôle : $3 \times 7 - 5^2 = 21 - 25 = -4$.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une démonstration remplacée par d'autres essais : 0 à la question c.

Barème : 7 points — 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- S'arrêter aux essais : trois exemples ne démontrent pas la conjecture.
- Écrire $(n-1)(n+1) = n^2 - 2n + 1$, en confondant avec le carré d'une différence.
- Au d, poser les multiplications : la question demande d'utiliser le résultat démontré.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs expliquées et corrigées	1	5 points — 1 par ligne : 0,5 pour l'erreur expliquée, 0,5 pour le résultat juste	Une erreur repérée sans le résultat juste : 0,5 sur 1.
Les affirmations tranchées et justifiées	2	4 points — 1 par affirmation	« Vrai » ou « faux » sans calcul ni contre-exemple : 0.
La forme utile choisie et expliquée	3	4 points — 1,5 + 1 + 1,5	Au c, une explication qui ne dit pas que la forme produit est nécessaire : 0,5 sur 1,5.
La conjecture formulée, démontrée et généralisée	4	7 points — 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5	Une démonstration remplacée par d'autres essais : 0 à la question c.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.

☆☆☆
Niveau 1 · Essentiel

★★☆
Niveau 2 · Standard

★★★
Niveau 3 · Approfondi — tu es ici



16 à 20
NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Pour aller plus loin, invente toi-même un programme de calcul dont le résultat ne dépend pas du nombre choisi, et démontre-le.



10 à 15
REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Refais la démonstration de l'exercice 4 sans regarder le corrigé, puis refais le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10
NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne les développements avec signe moins, le choix de la factorisation et la preuve guidée, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 4ème · Calcul littéral — Développement et factorisation.