

Probabilités — Calcul et arbres

Mathématiques · 4ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Ce qu'une probabilité mesure

4 pts 10 min

Interpréter correctement une probabilité

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Une probabilité est un nombre borné, et il dit une tendance de longue série, non le résultat d'un coup. Croire qu'une série passée influence le coup suivant porte un nom, et c'est ce qui fait vivre les casinos.

1. Entre quelles valeurs une probabilité est-elle toujours comprise ? (1 pt)

Entre 0 et 1

→ Un résultat hors de cet intervalle signale une erreur de calcul.

2. Que signifie une probabilité nulle ? (1 pt)

Que l'événement est impossible.

→ Une probabilité égale à 0 signifie au contraire qu'il est certain.

3. Que dit une probabilité sur la partie qui vient ? (1 pt)

Rien : elle décrit ce qui arrive sur un très grand nombre d'essais.

→ C'est ce qui la rend utile : le hasard d'une fois est imprévisible, celui de dix mille fois ne l'est plus.

4. Comment nomme-t-on la croyance qu'après cinq « pile », « face » devient plus probable ? (1 pt)

Le sophisme du joueur

→ La pièce n'a pas de mémoire : chaque lancer reste indépendant.

Exercice 2 — Calculer une probabilité

4 pts 11 min

Calculer une probabilité par dénombrement

Une urne contient douze jetons indiscernables : cinq verts, quatre jaunes et trois noirs. On en tire un au hasard. Donne chaque probabilité sous forme simplifiée.

LA RÈGLE DU COURS

En situation d'équiprobabilité, on compte les cas favorables et on divise par les cas possibles. Pour un événement formulé avec « au moins », le contraire est presque toujours plus court.

1. Quelle est la probabilité de tirer un jeton vert ? (1 pt)

 $\frac{5}{12}$

→ Cinq cas favorables sur douze possibles, et la fraction ne se simplifie pas.

2. Quelle est la probabilité de tirer un jeton noir ? (1 pt)

 $\frac{1}{4}$

→ Trois sur douze, qui se simplifie par trois.

3. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton jaune ? (1 pt)

 $\frac{2}{3}$ → Par le contraire : $1 - \frac{4}{12} = \frac{8}{12}$, qui se simplifie par quatre.

4. Pour un événement formulé avec « au moins un », quel est le chemin le plus court ? (1 pt)

Passer par l'événement contraire, « aucun ».

→ Il n'y a alors qu'un seul chemin à calculer au lieu de plusieurs.

Exercice 3 — L'arbre d'une expérience composée

5 pts 13 min

Construire et exploiter un arbre de probabilités

Une urne contient deux boules rouges et trois boules bleues. On tire une boule, on la remet, puis on tire de nouveau. Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Chaque niveau de branches est une expérience ; chaque chemin complet est une issue. On écrit les probabilités sur les branches, jamais sur les nœuds, et l'on contrôle que la somme de toutes les issues vaut un.

1. Combien de niveaux l'arbre comporte-t-il ? (1 pt)

Deux

→ Un niveau par expérience, et il y a ici deux tirages successifs.

2. Que vaut la probabilité de tirer une rouge, à chaque tirage ? (1 pt)

$\frac{2}{5}$

→ La boule est remise : l'urne est identique aux deux tirages.

3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux rouges ? (1 pt)

$\frac{4}{25}$

→ On multiplie le long du chemin. Le résultat est plus petit que chaque étape, comme il se doit.

4. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une rouge ? (1 pt)

$\frac{12}{25}$

→ Deux chemins conviennent, rouge puis bleue et bleue puis rouge, chacun valant $\frac{6}{25}$.

5. Le long d'un même chemin, multiplie-t-on ou additionne-t-on ? (1 pt)

On multiplie

→ Les deux conditions doivent être remplies toutes les deux ; additionner répondrait à « l'une ou l'autre ».

Exercice 4 — Les événements incompatibles

4 pts 12 min

Reconnaître deux événements incompatibles

On lance un dé équilibré à six faces. Réponds en justifiant.

LA RÈGLE DU COURS

Deux événements sont incompatibles quand aucune issue ne leur est commune. C'est la seule situation où leurs probabilités s'additionnent directement : sinon, l'issue partagée serait comptée deux fois.

1. « Obtenir un 1 » et « obtenir un 4 » sont-ils incompatibles ? (1 pt)

Oui

→ Un même lancer ne peut pas donner les deux : aucune issue ne leur est commune.

2. « Obtenir un nombre pair » et « obtenir un multiple de trois » le sont-ils ? (1 pt)

Non : le six appartient aux deux.

→ Les additionner compterait le six deux fois.

3. Dans quel cas peut-on additionner directement deux probabilités ? (1 pt)

Quand les deux événements sont incompatibles.

→ C'est une condition, pas une règle générale.

4. Que vérifie-t-on avant d'additionner ? (1 pt)

S'il existe une issue commune aux deux événements.

→ S'il en existe une, l'addition directe est interdite.

Repérer un raisonnement faux et le corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Une probabilité sortie de son intervalle. Une addition menée le long d'un chemin. Et le mot « remise » de l'énoncé laissé de côté.

1. « La probabilité de cet événement vaut 1,3. » (1 pt)

Impossible : une probabilité ne dépasse jamais 1.

→ Un résultat hors de l'intervalle signale une erreur, souvent une addition là où il fallait multiplier.

2. « Le long d'un chemin, j'additionne : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. » (1 pt)**On multiplie : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.**

→ Additionner répondrait à « l'un ou l'autre », et donnerait un résultat plus grand que chaque étape.

3. « Sans remise, les probabilités du second tirage sont les mêmes qu'au premier. » (1 pt)

Non : l'urne a changé de contenu, donc les probabilités aussi.

→ Ce mot de l'énoncé décide de tout l'arbre : il se souligne avant de commencer.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Ce qu'une probabilité mesure, énoncé exactement	4 points — 1 par question	La probabilité présentée comme une prédiction de la partie suivante.
Ex.2	Le dénombrement juste, et la fraction simplifiée	4 points — 1 par question	Un « au moins un » calculé de front alors que le contraire allait plus vite.
Ex.3	La multiplication le long du chemin	5 points — 1 par question	Des probabilités additionnées le long d'une branche.
Ex.4	L'incompatibilité vérifiée avant l'addition	4 points — 1 par question	Deux événements additionnés alors qu'une issue leur est commune.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Une probabilité supérieure à 1 laissée telle quelle.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Les arbres sont maîtrisés. Entraîne-toi maintenant aux tirages sans remise : c'est le même arbre, mais le second niveau change, et l'énoncé ne le répète pas.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en contrôlant que la somme de tous les chemins vaut 1. Ce contrôle est gratuit et il attrape presque toutes les erreurs.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens une phrase : le long d'un chemin on multiplie, entre les chemins on additionne.