

Théorème de Pythagore — Applications et réciproque

Exercice 1 — Le vocabulaire et le sens du théorème

4 pts 10 min

Employer le vocabulaire du triangle rectangle

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Le côté opposé à l'angle droit porte un nom particulier, et il se repère avant tout calcul. Quant aux carrés, ils ne sont pas une décoration d'écriture : ce sont des aires, et c'est pourquoi elles s'additionnent.

1. Comment nomme-t-on le côté opposé à l'angle droit ? (1 pt)

L'hypoténuse

→ Les deux autres s'appellent les côtés de l'angle droit.

2. Est-elle le plus long côté, le plus court, ou cela dépend du triangle ? (1 pt)

Toujours le plus long

→ Si un côté n'est pas le plus long, ce n'est pas l'hypoténuse : c'est un contrôle immédiat.

3. Pourquoi élève-t-on les longueurs au carré au lieu de les additionner ? (1 pt)

Parce que ce sont des aires que l'on additionne.

→ Le carré construit sur l'hypoténuse a l'aire des deux autres réunis.

4. Un exemple qui fonctionne suffit-il à prouver le théorème ? (1 pt)

Non : il faut une démonstration, qui vaut pour tous les triangles.

→ Mille exemples ne prouveraient pas davantage ; une démonstration part de ce qui est admis.

Exercice 2 — Calculer l'hypoténuse

4 pts 11 min

Calculer la longueur de l'hypoténuse

Calcule la longueur demandée, avec son unité.

LA RÈGLE DU COURS

Quand l'inconnue est le côté opposé à l'angle droit, les deux carrés connus s'additionnent. Le nombre obtenu est un carré : la longueur s'en déduit par une racine.

1. ABC est rectangle en A , $AB = 9$ cm et $AC = 12$ cm. Calcule BC . (1 pt)**15 cm**→ $81 + 144 = 225$, et $\sqrt{225} = 15$.2. ABC est rectangle en A , $AB = 7$ cm et $AC = 24$ cm. Calcule BC . (1 pt)**25 cm**→ $49 + 576 = 625$, et $\sqrt{625} = 25$. C'est le triplet (7 ; 24 ; 25).

3. Quelle est la diagonale d'un carré de 5 cm de côté ? (1 pt)

 $\sqrt{50}$ cm, soit environ 7,07 cm→ La diagonale coupe le carré en deux triangles rectangles : $25 + 25 = 50$.

4. Je cherche l'hypoténuse : j'additionne ou je soustraïs ? (1 pt)

J'additionne

→ L'hypoténuse reste seule de son côté du signe égal.

Exercice 3 — Calculer un côté de l'angle droit

4 pts 11 min

Calculer un côté de l'angle droit

Calcule la longueur demandée, avec son unité.

LA RÈGLE DU COURS

Quand l'hypoténuse est connue et qu'un autre côté manque, on soustrait — mais on soustrait les carrés. Retirer une longueur d'une autre donne un nombre plausible et faux, ce qui est le pire des cas.

1. ABC est rectangle en A , $BC = 17$ cm et $AB = 8$ cm. Calcule AC . (1 pt)

15 cm

→ $289 - 64 = 225$, et $\sqrt{225} = 15$. C'est le triplet (8 ; 15 ; 17).

2. ABC est rectangle en A , $BC = 20$ cm et $AB = 16$ cm. Calcule AC . (1 pt)

12 cm

→ $400 - 256 = 144$, et $\sqrt{144} = 12$.

3. Une échelle de 5 m s'appuie contre un mur, son pied à 3 m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle ? (1 pt)

4 m

→ L'échelle est l'hypoténuse : $25 - 9 = 16$, et $\sqrt{16} = 4$.

4. Je cherche un côté de l'angle droit : que soustrait-on exactement ? (1 pt)

Les carrés, jamais les longueurs.

→ Retirer une longueur d'une autre donne un résultat qui a l'air d'une réponse.

Exercice 4 — La réciproque

5 pts 14 min

Démontrer qu'un triangle est rectangle, ou qu'il ne l'est pas

Mène les deux calculs, compare, et conclus par une phrase.

LA RÈGLE DU COURS

Pour démontrer qu'un angle est droit, on calcule d'un côté le carré du plus grand côté, de l'autre la somme des carrés des deux autres, puis on compare. Les deux calculs se mènent séparément : écrire l'égalité d'emblée reviendrait à supposer vrai ce qu'on veut établir.

1. $AB = 9$ cm, $AC = 40$ cm, $BC = 41$ cm. Le triangle est-il rectangle ? (1 pt)

Oui, rectangle en A .

→ D'un côté $41^2 = 1681$; de l'autre $81 + 1600 = 1681$. Les deux sont égaux.

2. $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 9$ cm. Le triangle est-il rectangle ? (1 pt)

Non.

→ D'un côté 81 ; de l'autre $25 + 49 = 74$. Les deux diffèrent.

3. Quel côté faut-il repérer avant tout calcul ? (1 pt)

Le plus grand

→ C'est le seul qui puisse être l'hypoténuse, et il se met seul d'un côté.

4. Pourquoi mener les deux calculs séparément ? (1 pt)

Écrire l'égalité d'emblée supposerait vrai ce que l'on cherche à démontrer.

→ On calcule deux nombres, puis on constate — on ne postule pas.

5. Que conclut-on lorsque les deux résultats diffèrent ? (1 pt)

Que le triangle n'est pas rectangle.

→ La réciproque tranche dans les deux sens : c'est ce qui en fait un outil de démonstration.

Repérer un calcul faux et le corriger

Chaque calcul est faux. Écris le bon.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Les longueurs soustraites au lieu des carrés. Le calcul arrêté au carré, sans la racine. Et l'arrondi posé dès la première ligne, puis traîné jusqu'au bout.

1. « L'hypoténuse vaut 26 et un côté vaut 10, donc l'autre côté vaut $26 - 10 = 16$. » (1 pt)

$$676 - 100 = 576, \text{ et } \sqrt{576} = 24.$$

→ On soustrait les carrés : la réponse est 24, pas 16.

2. « $BC^2 = 144$, donc $BC = 144$ cm. » (1 pt)

$$BC = 12 \text{ cm}$$

→ Le nombre obtenu est un carré : il reste à prendre la racine.

3. « La hauteur vaut $\sqrt{45} \approx 6,7$; je continue le problème avec 6,7. » (1 pt)

Il faut garder la valeur exacte et n'arrondir qu'à la dernière ligne.

→ Chaque arrondi ajoute son erreur à la suivante, et le résultat final peut être faux à l'unité.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le vocabulaire employé exactement	4 points — 1 par question	« Hypoténuse » donné à un côté qui n'est pas le plus long.
Ex.2	L'addition des carrés, puis la racine	4 points — 1 par question	Un calcul arrêté au carré : le résultat annoncé est alors l'aire, pas la longueur.
Ex.3	La soustraction menée sur les carrés	4 points — 1 par question	Les longueurs soustraites directement l'une de l'autre.
Ex.4	Les deux calculs menés séparément, puis comparés	5 points — 1 par question	L'égalité écrite d'emblée : cela revient à supposer vrai ce qu'on cherche.
Ex.5	L'erreur repérée, et le calcul juste écrit	3 points — 1 par ligne	La faute signalée sans que le bon résultat soit donné.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Le théorème est tenu. Entraîne-toi maintenant à le chercher dans des figures qui ne sont pas des triangles rectangles : un rectangle, un losange, un triangle isocèle coupé par sa hauteur en contiennent un.

10 à 15

Refais l'exercice 3 : on soustrait les carrés, jamais les longueurs. C'est l'erreur la plus fréquente du chapitre, et elle donne un résultat vraisemblable.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et apprends deux triplets — (3 ; 4 ; 5) et (5 ; 12 ; 13). Les reconnaître fait gagner un temps considérable.