



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Annoter, trancher, transférer, démontrer : le chapitre sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Théorème de Pythagore — Applications et réciproque

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

❏ RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

Annoter une copie

⌚ Repérer une erreur et la corriger

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



On repère l'angle droit, ou le plus grand côté, avant d'écrire quoi que ce soit : c'est lui qui reste seul d'un côté du signe égal. Dans une réciproque, les deux calculs se mènent séparément. Et un exemple, même juste, ne démontre rien.

LA COPIE ANNOTÉE

- 1 Le triangle ABC a pour côtés $AB = 20$ cm, $AC = 29$ cm et $BC = 21$ cm.
- 2 $AB^2 + AC^2 = 400 + 841 = 1241$ et $BC^2 = 441$. Comme $1241 \neq 441$, ABC n'est pas rectangle.
- 3 Le triangle DEF est rectangle en D , avec $DE = 13$ cm et $EF = 85$ cm.
- 4 $DF^2 = DE^2 + EF^2 = 169 + 7225 = 7394$, donc $DF \approx 86$ cm.
- 5 Le triangle KLM a pour côtés $KL = 36$ cm, $LM = 77$ cm et $KM = 85$ cm. Montrons qu'il est rectangle en L .
- 6 $KM^2 = KL^2 + LM^2$, donc $7225 = 1296 + 5929 = 7225$. Il est bien rectangle.
- 7 J'ai vérifié l'égalité de Pythagore sur deux triangles rectangles : elle est juste, donc le théorème est démontré.

⚠ erreur 1

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Lignes 1 et 2 — la réciproque menée sur un côté qui n'est pas le plus grand.	Le plus grand côté est $[AC]$. On compare $AC^2 = 841$ et $AB^2 + BC^2 = 400 + 441 = 841$: ABC est rectangle en B . → Seul le plus grand côté peut être l'hypoténuse ; avec le bon côté, la conclusion de Nora s'inverse. 0,5 point pour l'erreur, 0,5 pour la correction.	1 pt
Lignes 3 et 4 — l'hypoténuse mal repérée.	Le sommet D fait face à $[EF]$, l'hypoténuse. $DF^2 = 7225 - 169 = 7056$, donc $DF = 84$ cm. → Le côté opposé à D est $[EF]$, et il est connu : on soustrait. Trouver 86 cm, plus que l'hypoténuse de 85 cm, était impossible.	1 pt
Lignes 5 et 6 — l'égalité écrite avant d'être établie.	Calculer séparément $KM^2 = 7225$ et $KL^2 + LM^2 = 1296 + 5929 = 7225$, puis comparer et conclure : rectangle en L . → En partant de l'égalité, Nora suppose vrai ce qu'elle veut prouver ; seuls deux calculs séparés, puis comparés, démontrent l'angle droit.	1 pt
Ligne 7 — des cas particuliers pris pour une preuve générale.	Deux cas vérifiés ne suffisent pas : il faut un raisonnement qui vaille pour n'importe quel triangle rectangle. → Une vérification ne traite que les nombres choisis ; une démonstration part de ce qui est admis et conclut pour tous les cas.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une erreur repérée mais non corrigée : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Corriger le calcul des lignes 1 et 2 sans voir que c'est le choix du côté qui est faux.
- Juger les lignes 5 et 6 justes parce que le résultat final l'est.

2

Trancher et justifier

🗣 Argumenter

🕒 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Une affirmation générale fausse tombe sur un seul contre-exemple. La réciproque place l'angle droit en face du plus grand côté. Un triplet pythagoricien est fait d'entiers, mais un triangle rectangle peut avoir des côtés décimaux.

- a** « Si l'on ajoute 1 cm à chacun des trois côtés d'un triangle rectangle, on obtient encore un triangle rectangle. » (1 pt)
- ✓ **Faux : le triangle 3-4-5 devient 4-5-6, et $6^2 = 36$ alors que $4^2 + 5^2 = 41$.**
- **Pourquoi.** Un seul contre-exemple suffit. Multiplier les côtés conserve l'angle droit ; leur ajouter un même nombre, non.
- b** « Lorsque $BC^2 = AB^2 + AC^2$, l'angle droit de ABC est situé en B . » (1 pt)
- ✓ **Faux : c'est en A , face à $[BC]$.**
- **Pourquoi.** Le carré isolé est celui de BC : $[BC]$ est l'hypoténuse, et l'angle droit est au sommet qui lui fait face, A .
- c** « (2,5 ; 6 ; 6,5) n'est pas un triplet pythagoricien, donc un triangle de côtés 2,5 cm, 6 cm et 6,5 cm n'est pas rectangle. » (1 pt)
- ✓ **Faux : $6,25 + 36 = 42,25$, le carré de 6,5 ; la réciproque s'applique.**
- **Pourquoi.** Ce n'est pas un triplet seulement parce que 2,5 et 6,5 ne sont pas entiers ; la réciproque, elle, s'applique à tout triangle.

- d « Dans un triangle isocèle dont les deux côtés égaux mesurent 37 cm et la base 24 cm, la hauteur issue du sommet principal mesure 35 cm. » On admet que cette hauteur coupe la base en son milieu.

1 pt

✓ **Vrai** : $37^2 - 12^2 = 1369 - 144 = 1225$, qui est le carré de 35.

- **Pourquoi.** La hauteur coupe le triangle isocèle en deux triangles rectangles d'hypoténuse 37 cm et de côté 12 cm, la moitié de la base.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Vrai ou faux sans justification : 0 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Répondre « faux » à l'affirmation a sans donner de contre-exemple chiffré.
- Confondre « n'est pas un triplet » et « n'est pas rectangle » à l'affirmation c.
- Oublier de diviser la base par 2 à l'affirmation d.

3

Le pré triangulaire ☆ EXERCICE-PHARE

⌚ Arguer · Résoudre un problème à étapes

🕒 20 min

7 pts

RAPPEL DE COURS



La réciproque établit un angle droit à partir des seules longueurs, et cet angle droit ouvre d'autres calculs, comme celui d'une aire. Une même aire peut s'écrire de deux façons. Une valeur intermédiaire se garde exacte jusqu'au bout.

- a Démontre que le pré a un angle droit, et précise en quel sommet.

1,5 pt

✓ $PR^2 = 9409$ et $PQ^2 + QR^2 = 4225 + 5184 = 9409$: PQR est rectangle en Q .

- **Pourquoi.** $[PR]$ est le plus grand côté ; les deux calculs séparés donnent le même nombre. L'angle droit est en Q , en face de $[PR]$.

- b Déduis-en l'aire du pré.

1 pt

✓ $65 \times 72 \div 2 = 2340 \text{ m}^2$.

- **Pourquoi.** Rectangle en Q , le triangle est la moitié d'un rectangle de 65 m sur 72 m : c'est la réciproque qui autorise ce calcul.

- c On creuse un fossé de Q à H . En écrivant l'aire du pré d'une autre façon, calcule QH au centimètre près.

1,5 pt

✓ $97 \times QH \div 2 = 2340$, donc $QH = 4680 \div 97 \approx 48,25 \text{ m}$.

- **Pourquoi.** $[QH]$ est la hauteur relative à la base $[PR]$: l'aire vaut aussi $PR \times QH \div 2$. Pythagore seul ne suffisait pas ici.

- d Calcule PH au centimètre près, dans le triangle PQH , sans arrondir QH avant la fin.

2 pts

✓ $PH^2 = 65^2 - QH^2$ avec $QH = 4680 \div 97$ gardé en mémoire : $PH \approx 43,56 \text{ m}$.

- **Pourquoi.** PQH est rectangle en H et son hypoténuse $[PQ]$ est connue : on soustrait les carrés. La valeur exacte vaut $4225 \div 97 \approx 43,557$.

- e Un camarade remplace QH par 48,25 et trouve $PH \approx 43,55 \text{ m}$. D'où vient l'écart ? Quelle valeur est la bonne ?

1 pt

✓ De l'arrondi de QH fait trop tôt ; la bonne valeur est 43,56 m.

- **Pourquoi.** Avec 48,25, on soustrait 2328,0625 au lieu de la valeur exacte : l'erreur d'arrondi se propage et change le centième.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

L'aire calculée sans avoir démontré l'angle droit : 0,5 sur 1.

Barème : 7 points — 1,5 + 1 + 1,5 + 2 + 1.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Calculer l'aire avec PR et PQ , sans avoir démontré où se trouve l'angle droit.
- Chercher QH par le théorème de Pythagore alors qu'il manque une longueur dans chaque triangle.
- Utiliser 48,25 pour calculer PH et trouver 43,55 m.

4

Deux carrés pour une démonstration

🗨 Argumenter · Comprendre une démonstration

🕒 15 min

5 pts

RAPPEL DE COURS

- 📖 Une démonstration part de ce qui est déjà admis, ici le calcul d'aires, et conduit à la conclusion sans jamais la supposer. Menée avec des lettres, elle vaut pour tous les triangles rectangles, et non pour un seul.

a Pourquoi les figures 1 et 2 ont-elles la même aire ?

1 pt

✓ **Ce sont deux carrés de même côté, $a + b$.**

→ **Pourquoi.** L'aire d'un carré ne dépend que de son côté : deux carrés de côté $a + b$ ont la même aire.

b Compare l'aire grise totale des deux figures. Justifie.

1 pt

✓ **Elle est la même : les quatre pièces grises sont identiques.**

→ **Pourquoi.** Les triangles gris sont les mêmes, seulement déplacés : déplacer une pièce ne change pas son aire.

c Exprime l'aire blanche de chaque figure, puis déduis-en une égalité.

1,5 pt

✓ **Figure 1 : c^2 ; figure 2 : $a^2 + b^2$; donc $c^2 = a^2 + b^2$.**

→ **Pourquoi.** Même aire totale moins même aire grise donne la même aire blanche : le carré de côté c d'un côté, deux carrés de côtés a et b de l'autre.

d Pourquoi ce raisonnement démontre-t-il le théorème, alors que le calcul $9 + 16 = 25$ ne le démontre pas ?

1,5 pt

✓ **Il est mené avec des lettres et ne s'appuie que sur des aires admises ; $9 + 16 = 25$ ne traite qu'un cas.**

→ **Pourquoi.** a et b sont quelconques : la conclusion vaut pour tout triangle rectangle. Un calcul numérique ne vérifie que le triangle choisi.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une égalité obtenue avec des valeurs numériques mesurées : 0,5 sur 1,5 à la question c.

Barème : 5 points — 1 + 1 + 1,5 + 1,5.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Mesurer les figures et calculer avec des nombres : on ne démontre alors qu'un cas.
- Oublier que les deux figures contiennent les mêmes quatre triangles.
- Répondre à d que « ça marche aussi », sans dire pourquoi un exemple ne suffit pas.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
Les erreurs repérées et corrigées	1	4 points — 1 par erreur : 0,5 pour la repérer, 0,5 pour la corriger	Une erreur repérée mais non corrigée : 0,5 sur 1.
Les affirmations tranchées et justifiées	2	4 points — 1 par affirmation	Vrai ou faux sans justification : 0 sur 1.
Le problème du pré, résolu par étapes	3	7 points — 1,5 + 1 + 1,5 + 2 + 1	L'aire calculée sans avoir démontré l'angle droit : 0,5 sur 1.
La démonstration par les aires comprise	4	5 points — 1 + 1 + 1,5 + 1,5	Une égalité obtenue avec des valeurs numériques mesurées : 0,5 sur 1,5 à la question c.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.

☆☆☆ Niveau 1 · Essentiel	★★☆ Niveau 2 · Standard	★★★ Niveau 3 · Approfondi — tu es ici
-----------------------------	----------------------------	--



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Pour aller plus loin, cherche l'angle droit dans les figures de tes autres exercices de géométrie : il s'y cache presque toujours.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Refais le problème du pré sans regarder le corrigé, puis le niveau 3 dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne la réciproque rédigée et les calculs sans arrondi précoce, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 4ème · Théorème de Pythagore — Applications et réciproque.