



NIVEAU 3 SUR 3

Approfondi

Corriger, trancher, argumenter, construire : le chapitre sans aucune aide.

Sans aucune aide · 55 minutes · sur 20

Statistiques — Moyenne, médiane, quartiles et dispersion

Corrigé du contrôle **niveau 3 · Approfondi**, avec le barème au point près.

❏ RAPPEL

La règle du cours que l'exercice met à l'épreuve, en tête de chaque exercice.

✓ RÉPONSE

Dans le cadre bordé : ce qui rapporte les points.

→ POURQUOI

Sous chaque réponse : la raison, pour comprendre et non recopier.

1

La copie d'Elsa

⊗ Critiquer un raisonnement

⌚ 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Médiane et quartiles se lisent sur la série rangée, et un rang non entier s'arrondit vers le haut. Une moyenne pondérée compte chaque valeur autant de fois que son effectif. Deux séries se comparent par leur position et par leur dispersion.

LA COPIE ANNOTÉE

- Notes de la 4e C : 12 ; 7 ; 15 ; 9 ; 11 ; 14 ; 8 ; 16 ; 10 ; 13, soit dix notes.
- La médiane est la demi-somme des 5e et 6e notes : $(11 + 14) \div 2 = 12,5$.
- Pour Q_1 : $10 \div 4 = 2,5$, j'arrondis au rang 2, donc $Q_1 = 8$.
- Pour Q_3 : $3 \times 10 \div 4 = 7,5$, donc le rang 8 dans la série rangée : $Q_3 = 14$.
- Notes de la 4e D : 6 (5 élèves), 12 (8 élèves), 18 (7 élèves). Moyenne : $(6 + 12 + 18) \div 3 = 12$.
- La 4e C a 11,5 de moyenne et la 4e D 12 : les deux classes ont donc des résultats semblables.

⚠ erreur 1

⚠ erreur 2

⚠ erreur 3

⚠ erreur 4

CRITÈRE	CE QUI EST ATTENDU	POINTS
Ligne 2 — le milieu de la liste.	Série rangée : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16. Médiane : $(11 + 12) \div 2 = 11,5$. → Elsa a pris les 5e et 6e notes de la liste dans l'ordre du relevé : un nombre qui a l'air d'une réponse mais ne signifie rien.	1 pt
Ligne 3 — le rang arrondi vers le bas.	2,5 n'est pas entier : on prend le rang 3, donc $Q_1 = 9$. → Au rang 2, seules 2 notes sur 10 sont atteintes, moins d'un quart : il faut monter au rang suivant.	1 pt
Ligne 5 — une moyenne non pondérée.	$\frac{5 \times 6 + 8 \times 12 + 7 \times 18}{20} = \frac{252}{20} = 12,6$ → Elsa a fait la moyenne des trois notes distinctes ; il faut diviser la somme des produits par l'effectif total, 20.	1 pt
Ligne 6 — la conclusion.	$Q_3 - Q_1$ vaut 5 en 4e C et 12 en 4e D : la 4e D est bien plus hétérogène, malgré des moyennes voisines (11,5 et 12,6). → 4e C : $14 - 9 = 5$. 4e D : $Q_1 = 6$ (rang 5) et $Q_3 = 18$ (rang 15), soit 12. Comparer, c'est aussi comparer la dispersion.	1 pt

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

L'erreur signalée sans le calcul juste : 0,5 sur 1.

Barème : 4 points — 1 par erreur.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Signaler la ligne 4 comme fausse : elle utilise bien la série rangée et le rang arrondi vers le haut.
- Corriger la ligne 2 sans redonner la bonne médiane, 11,5.
- À la ligne 6, recalculer la moyenne sans rien dire de la dispersion.

2 Vrai, faux, et la preuve

🕒 Prouver ou réfuter

🕒 10 min

4 pts

RAPPEL DE COURS



Un exemple ne prouve pas une affirmation générale, mais un seul contre-exemple suffit à la réfuter. La médiane dépend de l'ordre et du nombre de valeurs ; un quartile est toujours la valeur d'un rang ; la moyenne est un point d'équilibre.

a « Ajouter à une série une valeur plus grande que toutes les autres ne change jamais sa médiane. »

1 pt

✓ **Faux : 3 ; 5 ; 9 a pour médiane 5 ; avec 40, la médiane devient $(5 + 9) \div 2 = 7$.**

→ **Pourquoi.** La valeur ajoutée change l'effectif, donc la position du milieu. La médiane résiste à la *taille* d'une valeur extrême, pas à l'ajout d'une valeur.

b « Si deux séries ont le même maximum et le même minimum, leurs boîtes ont la même largeur. »

1 pt

✓ **Faux : 0 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 10 et 0 ; 1 ; 2 ; 8 ; 9 ; 10 vont de 0 à 10, mais leurs boîtes mesurent 0 et 8.**

→ **Pourquoi.** Rangs des quartiles pour 6 valeurs : 2 et 5. L'étendue ne regarde que les extrêmes, l'écart interquartile que la moitié centrale.

c « Q_1 figure forcément parmi les données ; la médiane, pas forcément. »

1 pt

✓ **Vrai : Q_1 se lit à un rang entier ; mais 4 ; 7 ; 9 ; 12 a pour médiane 8, absent.**

→ **Pourquoi.** Par la méthode du cours, on arrondit le rang de Q_1 à un entier : on lit donc une donnée. Avec un effectif pair, la médiane est une demi-somme.

d « La moyenne d'une série est toujours comprise entre sa plus petite et sa plus grande valeur. »

1 pt

✓ **Vrai : chaque valeur est au plus égale au maximum, donc la somme est au plus égale à $N \times$ maximum, et la moyenne au plus égale au maximum ; de même pour le minimum.**

→ **Pourquoi.** C'est le sens de « point d'équilibre » : la moyenne est la valeur commune qu'auraient les données si elles étaient égales, elle ne peut sortir de leur intervalle.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une réponse sans contre-exemple ni raisonnement : 0.

Barème : 4 points — 1 par affirmation.

🔍 ERREURS FRÉQUENTES

- Répondre « vrai » à la première affirmation en confondant avec la robustesse de la médiane : elle résiste, mais peut bouger.
- Justifier une affirmation vraie par un seul exemple.

RAPPEL DE COURS



Un diagramme en boîte donne cinq nombres : la moitié des valeurs dans la boîte, au moins un quart sous Q_1 . Il ne dit ni l'effectif de chaque valeur ni le nombre de valeurs sous un seuil quelconque. Comparer, c'est comparer la position puis la dispersion.

a Où chaque machine est-elle centrée ?

1 pt

✓ **Au même endroit : 500 g de médiane pour les deux, 500,1 g et 499,9 g de moyenne.**

→ **Pourquoi.** Les deux indicateurs de position sont pratiquement égaux : ils ne permettent pas de départager les machines.

b Laquelle est la plus régulière ? Chiffre-le de deux façons.

1,5 pt

✓ **A : étendue $509 - 492 = 17$ g, écart interquartile $502 - 498 = 4$ g. B : étendue $503 - 496 = 7$ g, écart interquartile $501 - 499 = 2$ g. B est deux fois plus régulière.**

→ **Pourquoi.** Les deux mesures vont dans le même sens : B est moins dispersée sur sa moitié centrale comme sur ses extrêmes.

c Au moins combien de paquets de la machine A pèsent 498 g ou moins ? Justifie.

1 pt

✓ **Au moins 10**

→ **Pourquoi.** $Q_1 = 498$ g : au moins un quart des 40 paquets, soit au moins 10, ont une masse inférieure ou égale à 498 g. Il peut y en avoir plus si plusieurs paquets pèsent 498 g.

d Que peut-on affirmer, pour chaque machine, sur les paquets refusés ?

1 pt

✓ **A : au moins un paquet refusé (le minimum, 492 g), sans savoir combien. B : aucun, son minimum est 496 g.**

→ **Pourquoi.** Le diagramme donne les extrêmes mais pas le nombre de paquets entre 492 et 495 g : le résumé a perdu cette information.

e Rédige, en quelques lignes, l'avis à remettre au responsable : quelle machine garder ?

1,5 pt

✓ **La machine B : même position que A, dispersion deux fois plus faible, et aucun paquet sous 495 g.**

→ **Pourquoi.** L'avis complet nomme la position (égale), la dispersion (en faveur de B, chiffrée) et la conséquence pratique (les refus). Comparer les seules moyennes ne suffit pas.

UN EXEMPLE D'AVIS

Les deux machines remplissent les paquets autour de la même masse : leur médiane vaut 500 g et leurs moyennes ne diffèrent que de 0,2 g. La position ne les départage donc pas.

En revanche, la machine B est bien plus régulière : la moitié centrale de ses paquets tient dans 2 g, contre 4 g pour A, et son étendue est de 7 g contre 17 g. Surtout, son paquet le plus léger pèse 496 g : aucun n'est refusé, alors que A en produit au moins un sous 495 g. Je conseille de garder la machine B.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Un avis fondé sur la seule moyenne : 0,5 sur 1,5 à la question e.

Barème : 6 points — détail par question.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Choisir la machine A parce que sa moyenne est la plus proche de 500 g, sans regarder la dispersion.
- Affirmer que 10 paquets exactement pèsent 498 g ou moins.
- Compter les paquets refusés de A à partir du diagramme, alors qu'il ne le permet pas.

RAPPEL DE COURS

- 📖 Dans un histogramme, c'est l'aire de chaque rectangle qui représente l'effectif de sa classe. Une classe deux fois plus large se dessine deux fois plus large ; à effectif égal, sa hauteur doit donc être divisée par deux.

a Pourquoi ce graphique est-il trompeur ?

1 pt

- ✓ **Le dernier rectangle a la même hauteur que le deuxième mais une largeur double : son aire double laisse croire qu'il compte deux fois plus d'élèves, alors qu'ils sont 12 dans les deux.**

→ **Pourquoi.** L'œil compare des surfaces : le rectangle de 30 à 60 min occupe la moitié de l'aire totale pour 12 élèves sur 30.

b En gardant les deux premiers rectangles, quelle hauteur fallait-il donner au troisième ?

1 pt

- ✓ **6 graduations, la moitié de 12**

→ **Pourquoi.** La classe est deux fois plus large que celle de 15 à 30 min, pour le même effectif : même aire, donc hauteur divisée par deux.

c Estime la durée moyenne de devoirs. Pourquoi n'est-ce qu'une estimation, et quel découpage l'aurait rendue plus fiable ?

1 pt

- ✓ **$\frac{6 \times 7,5 + 12 \times 22,5 + 12 \times 45}{30} = \frac{855}{30} = 28,5$ min ; on a remplacé chaque durée par un centre ; des classes plus étroites que [30 ; 60[.**

→ **Pourquoi.** Les centres 7,5, 22,5 et 45 remplacent des durées inconnues. Dans la classe large, l'écart entre une durée réelle et le centre peut atteindre 15 min : resserrer les classes réduit l'erreur.

⚠ CE QUI COÛTE DES POINTS

Une hauteur doublée au lieu d'être divisée : 0 sur 1.

Barème : 3 points — 1 par question.

Q ERREURS FRÉQUENTES

- Dire que le graphique est faux parce que ses classes n'ont pas la même largeur : c'est permis, à condition d'ajuster les hauteurs.
- Donner une hauteur de 24 au dernier rectangle en doublant au lieu de diviser.
- Oublier de dire pourquoi la moyenne obtenue n'est qu'une estimation.

RAPPEL DE COURS

- 📖 Six valeurs rangées : la médiane est la demi-somme des 3e et 4e. Une moyenne de m sur N valeurs impose une somme de $N \times m$. L'étendue fixe l'écart entre la plus petite et la plus grande.

a Propose une telle série.

1 pt

- ✓ **Par exemple : 5 ; 9 ; 10 ; 10 ; 18 ; 20**

→ **Pourquoi.** Toute série qui vérifie les trois conditions est acceptée, par exemple aussi 5 ; 10 ; 10 ; 10 ; 17 ; 20. On peut partir de 10 et 10 au centre, puis de 5 et 20 aux extrémités.

b Vérifie, calculs à l'appui, les trois conditions pour ta série.

1 pt

- ✓ **Médiane : $(10 + 10) \div 2 = 10$; somme $5 + 9 + 10 + 10 + 18 + 20 = 72$ et $72 \div 6 = 12$; étendue : $20 - 5 = 15$.**

→ **Pourquoi.** Une moyenne de 12 sur six notes exige une somme de 72 : c'est la condition qui guide la construction.

c Montre qu'aucune série de six notes sur 20 de médiane 10 ne peut avoir une moyenne de 16.

1 pt

✓ **Les trois plus petites notes valent au plus 10 et les trois autres au plus 20 : la somme vaut au plus $30 + 60 = 90$, donc la moyenne au plus $90 \div 6 = 15$.**

→ **Pourquoi.** La 3e note est au plus égale à la médiane, donc les trois premières aussi : la moyenne est bornée par 15, et 16 est impossible.

⚠ **CE QUI COÛTE DES POINTS**

Une série qui viole une seule condition : 0 sur 1 à la question a.

Barème : 3 points — 1 par question.

🔍 **ERREURS FRÉQUENTES**

- Proposer une série non rangée et lire la médiane au mauvais endroit.
- Oublier que les notes ne dépassent pas 20 : un maximum de 21 est exclu.
- Pour c, tester quelques séries au lieu de raisonner sur la somme maximale.



Barème de notation

Ce que le correcteur regarde, exercice par exercice.

20 pts

CE QUI EST ATTENDU	EXERCICE	POINTS	CE QUI FAIT PERDRE LE POINT
L'erreur située, expliquée et corrigée	1	4 points — 1 par erreur	L'erreur signalée sans le calcul juste : 0,5 sur 1.
Chaque affirmation tranchée et prouvée	2	4 points — 1 par affirmation	Une réponse sans contre-exemple ni raisonnement : 0.
Le choix argumenté sur position et dispersion	3	6 points — détail par question	Un avis fondé sur la seule moyenne : 0,5 sur 1,5 à la question e.
Le graphique démonté et la moyenne estimée	4	3 points — 1 par question	Une hauteur doublée au lieu d'être divisée : 0 sur 1.
La série construite, vérifiée, et l'impossibilité prouvée	5	3 points — 1 par question	Une série qui viole une seule condition : 0 sur 1 à la question a.
Total		20 points	



Que faire de ta note ?

Le contrôle ne s'arrête pas au chiffre : voici la suite selon ton score.



Niveau 1 · Essentiel



Niveau 2 · Standard



Niveau 3 · Approfondi — tu es ici



16 à 20

NIVEAU MAÎTRISÉ

C'est le niveau le plus élevé, et tu le maîtrises. Exerce-toi à repérer, dans les graphiques de la presse, ceux qui donnent une fausse impression.



10 à 15

REFAIRE CE NIVEAU

Relis la correction de l'exercice où tu as perdu le plus de points. Refais l'exercice des machines sans regarder le corrigé, puis ce niveau dans une semaine.



moins de 10

NIVEAU INFÉRIEUR

Repasse par le niveau 2 — Standard : il entraîne la comparaison de deux séries et l'effet d'une valeur extrême, dont ce niveau a besoin.

✓ COMPARE AVEC TA PRÉVISION

- Reprends la grille « Avant de rendre ta copie » : là où tu avais coché « acquis » et perdu des points, relis le rappel de cours de l'exercice.
- Refaire un contrôle quelques jours plus tard, sans regarder le corrigé, mesure ce que tu as retenu, et non ce dont tu te souviens.
- La fiche de cours du chapitre reprend chaque notion : ProgresSchool · Mathématiques 4ème · Statistiques — Moyenne, médiane, quartiles et dispersion.