

Théorème de Thalès — Configuration et agrandissement

Mathématiques · 4ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur
20

Exercice 1 — Reconnaître la configuration

4 pts 10 min

Reconnaître une configuration de Thalès

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Tout commence par le sommet commun, celui par lequel passent les deux sécantes. Les rapports se lisent depuis lui, le long d'une seule droite à la fois. Et rien ne s'applique tant que le parallélisme n'est pas acquis.

1. Que faut-il repérer avant d'écrire le moindre rapport ? (1 pt)

Le sommet commun

→ C'est le point par lequel passent les deux sécantes, et il ouvre chaque longueur.

2. Dans quel sens écrit-on les trois rapports ? (1 pt)

En partant du sommet, le petit triangle au numérateur et le grand au dénominateur.

→ Garder le même sens partout est la seule protection contre l'inversion.

3. Le rapport $\frac{AM}{AC}$ compare-t-il quelque chose ? (1 pt)

Non : AM est sur une sécante et AC sur l'autre.

→ Un rapport correct se lit le long d'une seule droite.

4. Que faut-il vérifier avant d'appliquer le théorème ? (1 pt)

Que le parallélisme est donné par l'énoncé, ou démontré.

→ Sans lui, on utilise une hypothèse qu'on n'a pas.

Exercice 2 — Calculer une longueur

5 pts 13 min

Calculer une longueur par le théorème de Thalès

Dans chaque cas, M appartient à (AB) , N à (AC) , et (MN) est parallèle à (BC) . Calcule la longueur demandée.

LA RÈGLE DU COURS

Une fois les rapports écrits, on ne garde que celui qui contient l'inconnue et deux longueurs connues. Une seule opération termine alors le travail, et elle ne s'emploie qu'à ce moment-là.

1. $AM = 3$ cm, $AB = 12$ cm, $AC = 20$ cm. Calcule AN . (1 pt)

5 cm

→ $\frac{3}{12} = \frac{AN}{20}$, donc $AN = \frac{3 \times 20}{12} = 5$.

2. $AM = 6$ cm, $AB = 9$ cm, $MN = 8$ cm. Calcule BC . (1 pt)

12 cm

→ $\frac{6}{9} = \frac{8}{BC}$, donc $BC = \frac{8 \times 9}{6} = 12$.

3. Avec $AM = 6$ cm et $AB = 9$ cm, quel est le coefficient qui mène du grand triangle au petit ? (1 pt)

$\frac{2}{3}$

→ Il est inférieur à 1 : c'est une réduction, et toutes les longueurs la subissent.

4. Le petit triangle peut-il avoir un côté plus long que le grand ? (1 pt)

Non

→ Un contrôle en une seconde : si la réponse dépasse la longueur du grand, elle est fausse.

5. Quelle opération termine le calcul ? (1 pt)

Le produit en croix

→ Il ne s'emploie qu'une fois le bon rapport isolé, pas avant.

Exercice 3 — Agrandissement, réduction et aires

4 pts 11 min

Employer un coefficient d'agrandissement sur des longueurs et des aires

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Le coefficient multiplie toutes les longueurs et laisse les angles intacts. Les aires ne le suivent pas : elles sont multipliées par son carré, parce qu'une aire est le produit de deux longueurs.

1. Les longueurs d'une figure sont multipliées par 3. Par combien son aire est-elle multipliée ? (1 pt)

Par 9

→ Deux longueurs interviennent dans une aire, et chacune est multipliée par 3.

2. Une photo agrandie deux fois occupe combien de fois plus de papier ? (1 pt)

Quatre fois

→ C'est le même calcul, et c'est ce que l'intuition refuse spontanément.

3. Sur une maquette au 1/50, quelle longueur représente un mur réel de 6 m ? (1 pt)

12 cm

→ 600 cm divisés par 50 : la conversion se fait avant la division, pas après.

4. Pourquoi l'aire ne suit-elle pas le même coefficient que les longueurs ? (1 pt)

Parce qu'une aire est le produit de deux longueurs, chacune multipliée par le coefficient.

→ Le coefficient intervient donc deux fois, d'où son carré.

Exercice 4 — La réciproque

4 pts 12 min

Démontrer un parallélisme par la réciproque de Thalès

Réponds à chaque question en justifiant.

LA RÈGLE DU COURS

Pour conclure au parallélisme, deux conditions, et les deux sont nécessaires : les points doivent être alignés dans le même ordre sur les deux sécantes, et les deux rapports doivent être égaux.

1. Quelles deux conditions faut-il réunir pour conclure au parallélisme ? (1 pt)

Les points alignés dans le même ordre sur les deux sécantes, et les deux rapports égaux.

→ La condition d'ordre n'est pas un détail : sans elle, la conclusion est fausse.

2. $AM = 4$, $AB = 6$, $AN = 6$, $AC = 9$, les points étant dans le même ordre. Les droites sont-elles parallèles ? (1 pt)

Oui.

→ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ et $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$: les deux rapports coïncident.

3. $AM = 3$, $AB = 5$, $AN = 4$, $AC = 7$. Les droites sont-elles parallèles ? (1 pt)

Non.

→ $\frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{4}{7} \approx 0,571$: les rapports diffèrent.

4. Peut-on conclure au parallélisme à partir de l'allure de la figure ? (1 pt)

Non : une figure n'est jamais une preuve.

→ Elle est tracée à main levée, ou codée précisément pour induire en erreur.

Repérer une erreur de raisonnement et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. L'aire multipliée par le coefficient au lieu de son carré. Le parallélisme lu sur le dessin. Et un rapport qui saute d'une sécante à l'autre.

1. « Les longueurs sont multipliées par 4, donc l'aire aussi. » (1 pt)

L'aire est multipliée par 16.

→ Le coefficient intervient deux fois dans une aire : c'est son carré qui compte.

2. « Les deux droites ont l'air parallèles sur la figure, donc j'applique Thalès. » (1 pt)

Il faut que l'énoncé le donne, ou le démontrer par la réciproque.

→ Appliquer le théorème sans son hypothèse, c'est démontrer à partir de rien.

3. Dans un triangle OPQ , avec R sur (OP) et S sur (OQ) : « j'écris $\frac{OR}{OQ} = \frac{OS}{OP}$. » (1 pt)Il fallait écrire $\frac{OR}{OP} = \frac{OS}{OQ}$.

→ Chaque rapport se lit le long d'une seule sécante, du sommet vers l'extérieur.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	La configuration reconnue avant tout calcul	4 points — 1 par question	Thalès appliqué sans que le parallélisme soit établi.
Ex.2	Les rapports écrits dans le même sens, puis le produit en croix	5 points — 1 par question	Un rapport qui mêle les deux sécantes : il ne compare rien.
Ex.3	Le carré du coefficient employé pour les aires	4 points — 1 par question	Une aire multipliée par le coefficient au lieu de son carré.
Ex.4	Les deux conditions de la réciproque vérifiées	4 points — 1 par question	L'égalité des rapports invoquée sans l'ordre des points.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	La faute signalée sans que l'écriture correcte soit donnée.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Thalès est tenu. Entraîne-toi maintenant sur des figures où la configuration est retournée : le sommet commun ne se trouve pas toujours en haut, et c'est là que les rapports s'inversent.

10 à 15

Refais l'exercice 3 : une aire suit le carré du coefficient. C'est l'erreur la plus coûteuse du chapitre, parce qu'elle passe inaperçue.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et prends l'habitude de tracer les longueurs au crayon sur la figure avant d'écrire le moindre rapport.