

Cercle — Angle inscrit, diamètre et propriétés

Mathématiques · 5ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Distance et vocabulaire

4 pts 10 min

Définir et employer la distance d'un point à une droite

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

La distance d'un point à une droite est la plus courte de toutes les distances possibles, et elle se mesure perpendiculairement : tout autre segment serait l'hypoténuse d'un triangle rectangle, donc plus long.

1. Comment se mesure la distance d'un point à une droite ? (1 pt)

Perpendiculairement à la droite.

→ C'est la plus courte de toutes : tout segment oblique serait plus long.

2. Pourquoi un segment oblique serait-il plus long ? (1 pt)

Parce qu'il serait l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

→ L'hypoténuse est toujours le plus grand côté d'un triangle rectangle.

3. Un point appartient à la droite. Quelle est sa distance à cette droite ? (1 pt)

Zéro

→ Le pied de la perpendiculaire est le point lui-même.

4. Qu'appelle-t-on une corde d'un cercle ? (1 pt)

Un segment joignant deux points du cercle.

→ Le diamètre est la corde particulière qui passe par le centre, et c'est la plus longue.

Exercice 2 — Le triangle rectangle et le diamètre

5 pts 12 min

Appliquer la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle

Réponds en nommant la propriété utilisée.

LA RÈGLE DU COURS

Si un segment est un diamètre du cercle et si un troisième point appartient au cercle, le triangle formé est rectangle en ce point. La réciproque est vraie, et c'est elle qui permet de prouver qu'un point est sur un cercle.

1. $[AB]$ est un diamètre d'un cercle et M un point de ce cercle, distinct de A et B . Que peut-on dire du triangle AMB ? (1 pt)**Il est rectangle en M .**

→ C'est la propriété directe : tout point du cercle voit le diamètre sous un angle droit.

2. Quelle est alors la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$? (1 pt) **90°** → Le triangle est rectangle en M : l'angle en M est l'angle droit.3. Le triangle AMB est rectangle en M . Que peut-on dire du point M ? (1 pt) **M appartient au cercle de diamètre $[AB]$.**

→ C'est la réciproque de la propriété, et elle sert à démontrer qu'un point est sur un cercle.

4. Dans ce cas, où se trouve le centre du cercle ? (1 pt)

Au milieu de $[AB]$.

→ Le centre est toujours le milieu du diamètre.

5. Si $AB = 10$ cm, quel est le rayon de ce cercle ? (1 pt)**5 cm**→ Le rayon vaut la moitié du diamètre : $10 \div 2 = 5$.

Exercice 3 — La médiatrice

5 pts 12 min

Définir la médiatrice et employer sa propriété caractéristique

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

La médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment et passe par son milieu : deux conditions, pas une. Sa propriété caractéristique dit l'essentiel — un point y appartient si et seulement s'il est à égale distance des deux extrémités.

1. Donne la définition de la médiatrice d'un segment $[AB]$. (1 pt)

La droite perpendiculaire à $[AB]$ passant par son milieu.

→ Les deux conditions ensemble : une perpendiculaire qui ne passe pas par le milieu n'est pas la médiatrice.

2. Un point M est sur la médiatrice de $[AB]$. Que peut-on dire de MA et MB ? (1 pt)

$MA = MB$

→ C'est la propriété caractéristique : appartenir à la médiatrice, c'est être à égale distance des deux extrémités.

3. On sait que $MA = MB$. Que peut-on en conclure sur M ? (1 pt)

M appartient à la médiatrice de $[AB]$.

→ La propriété fonctionne dans les deux sens — c'est ce que signifie « si et seulement si ».

4. Pourquoi, en traçant la médiatrice au compas, faut-il garder le même écartement depuis A et depuis B ? (1 pt)

Pour que les points d'intersection soient à égale distance de A et de B .

→ C'est ce qui garantit qu'ils sont sur la médiatrice, et deux points suffisent à tracer une droite.

5. Quelle est la différence entre une médiatrice et une médiane ? (1 pt)

La médiatrice est perpendiculaire au milieu d'un côté ; la médiane relie un sommet au milieu du côté opposé.

→ Les deux mots se ressemblent, les deux droites non : l'une part d'un sommet, l'autre presque jamais.

Exercice 4 — Le cercle circonscrit

3 pts 9 min

Construire et justifier le cercle circonscrit à un triangle

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Le centre du cercle circonscrit est à égale distance des trois sommets. Il se trouve donc sur chacune des médiatrices des côtés — et deux suffisent à le placer, puisqu'un point sur deux médiatrices est équidistant des trois sommets.

1. Comment construit-on le centre du cercle circonscrit à un triangle ? (1 pt)

En traçant les médiatrices de deux côtés : leur point d'intersection est le centre.

→ La troisième médiatrice y passe aussi, mais elle ne sert qu'à vérifier.

2. Pourquoi deux médiatrices suffisent-elles ? (1 pt)

Le point est équidistant de deux sommets par la première, de deux autres par la seconde — donc des trois.

→ C'est la propriété caractéristique de la médiatrice appliquée deux fois.

3. Que vaut le rayon de ce cercle ? (1 pt)

La distance du centre à n'importe lequel des trois sommets.

→ Les trois distances sont égales : c'est précisément ce qui définit le centre.

Repérer une confusion et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. La distance mesurée de biais. La médiatrice confondue avec la médiane. Et une conclusion posée sans que la propriété qui l'autorise ait été nommée.

1. « Une corde qui passe par le centre s'appelle un rayon. » (1 pt)

C'est un diamètre.

→ Le rayon joint le centre à un point du cercle ; le diamètre joint deux points en passant par le centre.

2. « Entre un point et une droite, deux segments différents peuvent être aussi courts l'un que l'autre. » (1 pt)

Non : la perpendiculaire est la seule plus courte, et elle est unique.

→ Tout autre segment est l'hypoténuse d'un triangle rectangle, donc strictement plus long.

3. « M est sur le cercle, donc le triangle AMB est rectangle en M . » (1 pt)**Il faut de plus que $[AB]$ soit un diamètre du cercle.**

→ Sans cette hypothèse, la propriété ne s'applique pas et la conclusion est fausse.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	La distance mesurée perpendiculairement	4 points — 1 par question	Une distance prise le long d'un segment oblique : elle serait l'hypoténuse, donc trop longue.
Ex.2	La propriété du diamètre nommée avant d'être appliquée	5 points — 1 par question	La conclusion posée sans que la propriété, ou sa réciproque, soit citée.
Ex.3	La médiatrice définie par ses deux conditions	5 points — 1 par question	Une seule des deux conditions donnée : perpendiculaire, ou par le milieu — il en faut deux.
Ex.4	Le centre du cercle circonscrit justifié par l'équidistance	3 points — 1 par question	La construction décrite sans dire pourquoi le point obtenu convient.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	Médiatrice et médiane laissées confondues.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Les propriétés sont en place. Entraîne-toi à les rédiger dans l'ordre attendu : ce qu'on sait, la propriété qu'on invoque, ce qu'on en déduit. C'est la forme d'une démonstration.

10 à 15

Reprends la médiatrice : sa propriété caractéristique — à égale distance des deux extrémités — est ce qui justifie toute la construction du cercle circonscrit.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et distingue d'abord médiatrice et médiane. Tant que les deux mots se mélangent, aucune construction ne tient.