

Fractions — Multiplication, division et calculs avancés

Mathématiques · 5ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — Multiplier

5 pts 12 min

Multiplier deux fractions et simplifier

Calcule et donne le résultat sous forme irréductible.

LA RÈGLE DU COURS

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, sans chercher de dénominateur commun. Le résultat se donne simplifié, et il vaut mieux simplifier avant : les nombres restent petits.

1. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ (1 pt)

$$\frac{8}{15}$$

→ $2 \times 4 = 8$ et $3 \times 5 = 15$. Aucun diviseur commun : c'est déjà irréductible.

2. $\frac{3}{7} \times \frac{2}{9}$ (1 pt)

$$\frac{2}{21}$$

→ $\frac{6}{63}$, que l'on simplifie par 3. En barrant le 3 avec le 9 d'abord, on écrivait directement $\frac{2}{21}$.

3. $\frac{5}{8} \times 4$ (1 pt)

$$\frac{5}{2}$$

→ Un entier s'écrit $\frac{4}{1} : \frac{20}{8}$, soit $\frac{5}{2}$ après simplification par 4.

4. $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$ (1 pt)

$$\frac{2}{3}$$

→ $\frac{24}{36}$, soit $\frac{2}{3}$. En croix : 3 se simplifie avec 9, et 4 avec 8.

5. $\frac{7}{10} \times \frac{5}{14}$ (1 pt)

$$\frac{1}{4}$$

→ 7 se simplifie avec 14, et 5 avec 10 : il reste $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

Exercice 2 — Diviser

4 pts 10 min

Diviser par une fraction

Calcule et donne le résultat sous forme irréductible.

LA RÈGLE DU COURS

Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse — celle qu'on obtient en échangeant son numérateur et son dénominateur. On inverse la seconde fraction, jamais la première, et on multiplie ensuite normalement.

1. $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7}$ (1 pt)

$$\frac{21}{10}$$

→ On multiplie par l'inverse : $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$.

2. $\frac{4}{9} \div \frac{8}{3}$ (1 pt)

$$\frac{1}{6}$$

→ $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}$: 4 se simplifie avec 8, et 3 avec 9. Il reste $\frac{1}{6}$.

3. $\frac{5}{6} \div 2$ (1 pt)

$$\frac{5}{12}$$

→ L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$: $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$.

4. $3 \div \frac{3}{4}$ (1 pt)

$$4$$

→ $3 \times \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$. Diviser par une fraction inférieure à 1 augmente : le résultat est cohérent.

Exercice 3 — Additionner et soustraire

5 pts 13 min

Additionner et soustraire des fractions de dénominateurs différents

Calcule et donne le résultat sous forme irréductible.

LA RÈGLE DU COURS

Ici, et ici seulement, il faut un dénominateur commun : on prend le plus petit multiple commun, on transforme chaque fraction en multipliant ses deux termes ensemble, puis on additionne les numérateurs. Le dénominateur ne s'additionne jamais.

1. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ (1 pt)

$\frac{19}{12}$

→ Le plus petit multiple commun de 4 et 6 est 12, et non 24 : $\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$.

2. $\frac{7}{10} - \frac{2}{15}$ (1 pt)

$\frac{17}{30}$

→ Le plus petit multiple commun de 10 et 15 est 30 : $\frac{21}{30} - \frac{4}{30} = \frac{17}{30}$.

3. $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$ (1 pt)

$\frac{19}{18}$

→ Le plus petit multiple commun de 9 et 6 est 18 : $\frac{4}{18} + \frac{15}{18} = \frac{19}{18}$.

4. $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$ (1 pt)

$\frac{11}{24}$

→ Le plus petit multiple commun de 8 et 6 est 24 : $\frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{11}{24}$.

5. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ (1 pt)

$\frac{3}{4}$

→ Douze convient aux trois : $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12}$, soit $\frac{3}{4}$.

Exercice 4 — Simplifier avant de multiplier

3 pts 11 min

Simplifier en croix avant d'effectuer un produit

Simplifie avant de multiplier, en montrant les facteurs barrés.

LA RÈGLE DU COURS

Un facteur commun à un numérateur et à un dénominateur peut être barré avant le produit, même s'il appartient à l'autre fraction. La valeur ne change pas, et les nombres restent maniables : c'est la seule différence entre un calcul de deux lignes et un calcul de six.

1. $\frac{12}{35} \times \frac{14}{9}$ (1 pt)

$\frac{8}{15}$

→ 12 et 9 ont 3 en commun, 14 et 35 ont 7 : il reste $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.

2. $\frac{9}{20} \times \frac{25}{27}$ (1 pt)

$\frac{5}{12}$

→ 9 et 27 ont 9 en commun, 25 et 20 ont 5 : il reste $\frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$.

3. $\frac{22}{15} \times \frac{5}{33}$ (1 pt)

$\frac{2}{9}$

→ 22 et 33 ont 11 en commun, 5 et 15 ont 5 : il reste $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

Repérer une méthode fautive et la corriger

Chaque ligne contient une erreur. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Un dénominateur commun cherché pour une multiplication. La mauvaise fraction inversée dans une division. Et les dénominateurs additionnés, ce qui change la taille des parts en cours de route.

1. « Pour multiplier $\frac{11}{12}$ par $\frac{4}{9}$, je cherche d'abord un dénominateur commun. » (1 pt)

On multiplie directement : $\frac{11 \times 4}{12 \times 9}$.

→ Le dénominateur commun ne sert qu'à l'addition et à la soustraction. Ici il ne fait que grossir les nombres.

2. $\frac{4}{7} \div \frac{5}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3}$ (1 pt)

$\frac{4}{7} \div \frac{5}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$

→ Diviser, c'est multiplier par l'inverse de la seconde fraction : il faut échanger son numérateur et son dénominateur.

3. $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{9}$ (1 pt)

$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{23}{20}$

→ Le dénominateur ne s'additionne pas : $\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20}$. Le résultat dépasse 1, ce qui est normal pour deux fractions proches de 1.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	Le produit calculé sans dénominateur commun, et simplifié	5 points — 1 par calcul	Un dénominateur commun cherché pour une multiplication : du temps perdu et des nombres inutilement grands.
Ex.2	La division ramenée à une multiplication par l'inverse	4 points — 1 par calcul	La première fraction inversée au lieu de la seconde.
Ex.3	Le dénominateur commun, puis les numérateurs seuls	5 points — 1 par calcul	Les dénominateurs additionnés, ou un résultat laissé non simplifié.
Ex.4	Les facteurs communs barrés avant le produit	3 points — 1 par calcul	Le bon résultat obtenu en réduisant une grosse fraction après coup : la méthode demandée n'est pas suivie.
Ex.5	L'erreur repérée, et la ligne réécrite juste	3 points — 1 par ligne	Le bon résultat annoncé sans réécrire la ligne.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Les quatre opérations sont en place. Prends le réflexe de contrôler chaque résultat par son ordre de grandeur : multiplier par une fraction inférieure à 1 diminue toujours.

10 à 15

Refais l'exercice 1 et l'exercice 3 côte à côte, en te demandant chaque fois quelle opération est en jeu. C'est la confusion entre les deux méthodes qui coûte le plus de points.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens une seule chose pour commencer : le dénominateur commun ne sert qu'au plus et au moins. Tout le reste en découle.