

Géométrie — Triangles, angles et droites

Mathématiques · 5ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — La somme des angles

5 pts 12 min

Calculer un angle par la somme des angles d'un triangle

Calcule l'angle demandé.

LA RÈGLE DU COURS

Dans tout triangle, sans aucune exception, les trois angles totalisent 180° . Deux angles connus donnent donc le troisième par une soustraction, et la somme se vérifie en une seconde.

1. Deux angles d'un triangle valent 52° et 67° . Combien mesure le troisième ? (1 pt)

61°

→ $180 - 52 - 67 = 61$. Contrôle : $52 + 67 + 61 = 180$.

2. Deux angles valent 90° et 35° . Combien mesure le troisième ? (1 pt)

55°

→ $180 - 90 - 35 = 55$. Le triangle est rectangle : les deux angles aigus totalisent 90° .

3. Un triangle a ses trois angles égaux. Combien mesure chacun ? (1 pt)

60°

→ $180 \div 3 = 60$. C'est le triangle équilatéral.

4. Un triangle peut-il avoir deux angles droits ? Justifie. (1 pt)

Non : ils totaliseraient déjà 180° , il ne resterait rien pour le troisième.

→ Un angle de 0° n'existe pas dans un triangle : les deux côtés seraient confondus.

5. Deux angles valent 118° et 27° . Combien mesure le troisième ? (1 pt)

35°

→ $180 - 118 - 27 = 35$. Un seul angle peut dépasser 90° dans un triangle.

Exercice 2 — Les cas particuliers

4 pts 11 min

Exploiter la nature d'un triangle pour calculer ses angles

Calcule l'angle demandé en justifiant.

LA RÈGLE DU COURS

Trois situations découlent directement de la somme des angles. Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires. Dans un isocèle, les deux angles à la base sont égaux, ce qui permet de partager en deux ce que le sommet laisse. Dans un équilatéral, tout vaut 60° .

1. Un triangle rectangle a un angle aigu de 38° . Combien mesure l'autre angle aigu ? (1 pt)

52°

→ Les deux angles aigus sont complémentaires : $90 - 38 = 52$.

2. Un triangle isocèle a un angle au sommet de 36° . Combien mesurent les angles à la base ? (1 pt)

72° chacun

→ $180 - 36 = 144$, partagé en deux parts égales : $144 \div 2 = 72$.

3. Un triangle isocèle a un angle à la base de 70° . Combien mesure l'angle au sommet ? (1 pt)

40°

→ Les deux angles à la base valent 70° chacun : $180 - 70 - 70 = 40$.

4. Combien mesure chaque angle d'un triangle équilatéral ? (1 pt)

60°

→ Trois côtés égaux entraînent trois angles égaux, et $180 \div 3 = 60$.

Exercice 3 — L'inégalité triangulaire

4 pts 11 min

Décider si un triangle est constructible

Réponds par oui ou non, en écrivant l'addition qui le justifie.

LA RÈGLE DU COURS

Un triangle n'existe que si le plus grand côté est strictement plus court que la somme des deux autres. Quand la somme est exactement égale au grand côté, les trois points sont alignés : ce n'est plus un triangle.

1. Peut-on construire un triangle de côtés 4 cm, 7 cm et 13 cm ? (1 pt)

Non : $4 + 7 = 11$, et $11 < 13$.

→ Les deux petits côtés mis bout à bout n'atteignent pas le troisième.

2. Peut-on construire un triangle de côtés 8 cm, 9 cm et 15 cm ? (1 pt)

Oui : $8 + 9 = 17$, et $17 > 15$.

→ La somme des deux plus petits dépasse le plus grand : la construction est possible.

3. Peut-on construire un triangle de côtés 3 cm, 5 cm et 8 cm ? (1 pt)

Non : $3 + 5 = 8$, ce n'est pas strictement supérieur à 8.

→ Les trois points seraient alignés : la figure est plate, ce n'est pas un triangle.

4. Quelle vérification fait-on avant toute construction ? (1 pt)

Le plus grand côté doit être plus court que la somme des deux autres.

→ Inutile de sortir le compas si la figure est impossible : les deux arcs ne se couperaient jamais.

Exercice 4 — Angles et droites parallèles

4 pts 10 min

Employer les propriétés des angles formés par deux parallèles

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Deux parallèles coupées par une sécante donnent des angles alternes-internes égaux et des angles correspondants égaux. La réciproque sert à démontrer un parallélisme. Mais la propriété a le parallélisme pour hypothèse : sans lui, elle ne dit rien.

1. Deux droites parallèles sont coupées par une sécante. Que dire des angles alternes-internes ? (1 pt)

Ils sont égaux.

→ C'est la propriété directe, et elle suppose le parallélisme établi.

2. Et des angles correspondants ? (1 pt)

Ils sont égaux aussi.

→ Les deux propriétés vont ensemble et s'appliquent dans les mêmes conditions.

3. Deux angles alternes-internes sont égaux. Que peut-on en conclure ? (1 pt)

Que les deux droites sont parallèles.

→ C'est la réciproque, et c'est ainsi qu'on démontre un parallélisme au lieu de le supposer.

4. Peut-on appliquer cette propriété si rien n'indique que les droites sont parallèles ? (1 pt)

Non : le parallélisme est l'hypothèse de la propriété.

→ Sur un dessin où les droites semblent parallèles sans que rien ne le dise, l'égalité est fausse et le raisonnement s'effondre.

Repérer un raisonnement faux et le corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Des angles dont la somme ne fait pas 180° . Un triangle déclaré constructible sans que l'addition ait été faite. Et le parallélisme lu sur l'apparence du dessin.

1. « Les trois angles d'un triangle valent 70° , 60° et 60° . » (1 pt)**Impossible : leur somme fait 190° , or elle doit valoir 180° .**

→ La vérification tient en une addition, et elle attrape l'erreur avant toute suite du raisonnement.

2. « On peut construire un triangle de côtés 2 cm, 6 cm et 9 cm. » (1 pt)

Non : $2 + 6 = 8$, et $8 < 9$.

→ Le plus grand côté doit être plus court que la somme des deux autres.

3. « Les droites semblent parallèles sur le dessin, donc les alternes-internes sont égaux. » (1 pt)

L'apparence ne prouve rien : il faut un codage ou une phrase de l'énoncé.

→ Deux droites très légèrement inclinées se couperaient hors de la feuille, sans que le dessin le montre.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	La somme des angles utilisée, et vérifiée	5 points — 1 par question	Un troisième angle donné sans que la somme soit refaite : elle doit tomber sur 180° .
Ex.2	Le cas particulier reconnu avant tout calcul	4 points — 1 par question	Un triangle isocèle traité comme quelconque : l'égalité des angles à la base fait la moitié du travail.
Ex.3	L'inégalité triangulaire vérifiée par une addition écrite	4 points — 1 par question	Une réponse juste sans le calcul qui la justifie.
Ex.4	La propriété nommée avant d'être appliquée	4 points — 1 par question	L'égalité des alternes-internes utilisée sans que le parallélisme soit établi.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	La faute signalée sans que la bonne réponse soit écrite.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Les angles sont tenus. Entraîne-toi maintenant à rédiger une démonstration courte : énoncer l'hypothèse, nommer la propriété, conclure. C'est ce que le brevet demandera.

10 à 15

Refais l'exercice 2 : dans un triangle isocèle, repérer d'abord les deux angles égaux évite les trois quarts du calcul.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens la seule règle qui vaut pour tous les triangles : la somme des trois angles fait 180° . Les cas particuliers n'en sont que des conséquences.