

Volumes — Pavés droits, prismes et cylindres

Mathématiques · 5ème
Contrôle n°1 · 55 min · sur 20

Exercice 1 — La formule générale

4 pts 10 min

Énoncer et employer la formule du volume d'un prisme

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Prismes droits et cylindres partagent une même formule, qui combine deux grandeurs : ce que couvre la base, et la distance qui sépare les deux bases. Seule la façon de calculer l'aire de la base change d'un solide à l'autre.

1. Quelle formule donne le volume d'un prisme droit ? (1 pt)

L'aire de la base multipliée par la hauteur.

→ Elle vaut aussi pour le cylindre, qui est le prisme dont la base est un disque.

2. Un prisme a une base de 12 cm^2 et une hauteur de 7 cm. Quel est son volume ? (1 pt) **84 cm^3** → $12 \times 7 = 84$. L'aire est en cm^2 et la hauteur en cm, donc le volume est en cm^3 .

3. Qu'appelle-t-on la hauteur d'un prisme droit ? (1 pt)

La distance entre les deux bases.

→ Elle est perpendiculaire aux bases, et c'est ce que signifie le mot « droit ».

4. Dans quelle unité s'exprime un volume si les longueurs sont en cm ? (1 pt)

En cm^3

→ Trois longueurs sont multipliées entre elles, d'où l'exposant 3.

Exercice 2 — Le pavé droit et le cube

4 pts 11 min

Calculer le volume d'un pavé droit et d'un cube

Calcule chaque volume, sans oublier l'unité.

LA RÈGLE DU COURS

Le volume d'un pavé droit est le produit de sa longueur, de sa largeur et de sa hauteur. Le cube est le pavé dont les trois dimensions sont égales : son volume est l'arête multipliée trois fois par elle-même.

1. Un pavé droit mesure 5 cm sur 3 cm sur 4 cm. Quel est son volume ? (1 pt)

 60 cm^3 → $5 \times 3 \times 4 = 60$. Les trois dimensions se multiplient entre elles.

2. Un cube a une arête de 6 cm. Quel est son volume ? (1 pt)

 216 cm^3 → $6 \times 6 \times 6 = 216$. Les trois arêtes d'un cube sont égales.3. Un pavé a une base de 8 cm^2 et une hauteur de 9 cm. Quel est son volume ? (1 pt) **72 cm^3** → $8 \times 9 = 72$. La formule générale suffit : l'aire de la base est déjà donnée.

4. On double l'arête d'un cube de 3 cm. Le volume double-t-il ? (1 pt)

Non, il est multiplié par huit : il passe de 27 cm^3 à 216 cm^3 .→ Les trois dimensions doublent, et $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Exercice 3 — Le cylindre

5 pts 13 min

Calculer le volume d'un cylindre de révolution

Calcule en donnant la valeur exacte, puis une valeur approchée au dixième.

LA RÈGLE DU COURS

La base d'un cylindre est un disque, dont l'aire vaut le carré du rayon multiplié par pi. Le volume s'en déduit en multipliant par la hauteur. L'énoncé donne souvent le diamètre, et le confondre avec le rayon multiplie le résultat par quatre.

1. Quelle est l'aire d'un disque de rayon 3 cm ? (1 pt)

$9\pi \text{ cm}^2$, soit environ $28,3 \text{ cm}^2$

→ $\pi \times 3^2 = 9\pi$, et $9 \times 3,14 \approx 28,3$.

2. Quel est le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm ? (1 pt)

$90\pi \text{ cm}^3$, soit environ $282,7 \text{ cm}^3$

→ $9\pi \times 10 = 90\pi$, et $90 \times 3,14 \approx 282,7$.

3. Un cylindre a un diamètre de 10 cm. Quel rayon faut-il employer ? (1 pt)

5 cm

→ Le rayon est la moitié du diamètre : $10 \div 2 = 5$.

4. Quel est le volume d'un cylindre de diamètre 10 cm et de hauteur 4 cm ? (1 pt)

$100\pi \text{ cm}^3$, soit environ $314,2 \text{ cm}^3$

→ Le rayon vaut 5 cm : $\pi \times 5^2 \times 4 = 100\pi$.

5. Que se passe-t-il si on prend le diamètre au lieu du rayon ? (1 pt)

Le volume obtenu est quatre fois trop grand.

→ Le rayon est élevé au carré : le doubler multiplie l'aire de la base par quatre.

Exercice 4 — Aire latérale et unités

4 pts 11 min

Calculer une aire latérale et convertir une unité de volume

Réponds à chaque question.

LA RÈGLE DU COURS

Déroulée à plat, la surface latérale d'un cylindre est un rectangle : sa longueur est le périmètre de la base, sa largeur la hauteur. Les unités de volume, elles, se convertissent de mille en mille.

1. Quelle est la forme de la surface latérale d'un cylindre, une fois déroulée ? (1 pt)

Un rectangle

→ Sa longueur est le périmètre du disque de base, sa largeur la hauteur du cylindre.

2. Un cylindre a un rayon de 2 cm et une hauteur de 7 cm. Quelle est son aire latérale ? (1 pt)

$28\pi \text{ cm}^2$, soit environ $87,9 \text{ cm}^2$

→ Le périmètre de la base vaut $2\pi \times 2 = 4\pi$, et $4\pi \times 7 = 28\pi$.

3. Combien de cm^3 y a-t-il dans 1 dm^3 ? (1 pt)

$1\,000 \text{ cm}^3$

→ Les unités de volume se convertissent de mille en mille, et non de dix en dix.

4. À quel volume correspond 1 litre ? (1 pt)

1 dm^3 , soit $1\,000 \text{ cm}^3$

→ Un litre et un décimètre cube désignent la même contenance.

Repérer un calcul faux et le corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris la réponse juste.

LA RÈGLE DU COURS

Trois fautes reviennent sans cesse. Le diamètre employé à la place du rayon. Une unité d'aire écrite sous un volume. Et une conversion menée de dix en dix.

1. « Pour un cylindre de diamètre 6 cm et de hauteur 5 cm, le volume vaut $\pi \times 6^2 \times 5$. » (1 pt)

Il faut le rayon : $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$.

→ Prendre le diamètre pour le rayon donne un volume quatre fois trop grand.

2. « Le volume de ce pavé est de 60 cm². » (1 pt)

C'est 60 cm³.

→ Trois longueurs multipliées entre elles donnent un volume, donc une unité au cube.

3. « 1 dm³ vaut 10 cm³. » (1 pt)

1 dm³ vaut 1 000 cm³.

→ Un décimètre vaut dix centimètres, et $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.

Barème — ce que le correcteur regarde

Les lignes chiffrées couvrent les 5 exercices et totalisent 20 points.

EXERCICE	ATTENDU	POINTS	POINT PERDU SI
Ex.1	La formule générale énoncée et appliquée	4 points — 1 par question	Une formule récitée sans que l'aire de la base ait été calculée d'abord.
Ex.2	Le volume du pavé et du cube calculé avec son unité	4 points — 1 par question	Un résultat sans unité, ou en cm ² au lieu de cm ³ .
Ex.3	Le rayon employé, pas le diamètre	5 points — 1 par question	Le diamètre pris pour le rayon : le volume obtenu est quatre fois trop grand.
Ex.4	Aire latérale et conversion menées à bien	4 points — 1 par question	Une conversion faite de dix en dix au lieu de mille en mille.
Ex.5	L'erreur repérée, et la réponse juste donnée	3 points — 1 par ligne	L'unité laissée fausse alors que le nombre est juste.

ET MAINTENANT ?

16 à 20

Les volumes sont tenus. Entraîne-toi sur des problèmes en plusieurs étapes — remplir un récipient, comparer deux contenances : c'est la forme que prendra l'exercice au brevet.

10 à 15

Refais l'exercice 3 en soulignant le rayon avant tout calcul. Confondre rayon et diamètre est l'erreur la plus coûteuse du chapitre.

moins de 10

Reprends la fiche de cours et retiens une seule phrase : le volume d'un prisme ou d'un cylindre vaut l'aire de la base multipliée par la hauteur. Tout le reste en découle.