

Limites de fonctions et continuité

Mathématiques · Terminale
Contrôle n°1 · 60 min · sur 20

Nom et prénom

Classe

Date

NOTE

... / 20

CONSIGNES

- Durée : **60 minutes**. Le temps conseillé par exercice est indiqué à côté du barème.
- Le barème est donné : il dit où passer du temps.
- Écris tes réponses sur les lignes prévues. Une réponse hors des lignes reste comptée.

AVANT DE COMMENCER — CE QU'IL FAUT SAVOIR

- « Forme indéterminée » ne veut pas dire « pas de limite » : la forme ne suffit pas à décider.
- L'écrire sans lever l'indétermination ne vaut rien ; l'écrire puis la lever vaut le point.
- L'exponentielle l'emporte sur toute puissance, qui l'emporte sur le logarithme.
- Devant un sinus ou un cosinus, la seule technique est l'encadrement.
- Le théorème des valeurs intermédiaires démontre une existence, il ne donne pas la valeur.
- C'est la stricte monotonie, et elle seule, qui donne l'unicité.

Exercice 1 — Les quatre formes

4 pts 11 min

Reconnaître une forme indéterminée

Réponds à chaque question.

1. Cite les quatre formes indéterminées.

1 pt

2. Que signifie exactement « forme indéterminée » ?

1 pt

3. Quelle est la limite d'un produit, tant qu'aucune indétermination n'apparaît ?

1 pt

4. Donne la limite de $\ln x$ en $+\infty$ et en 0^+ .

1 pt

Exercice 2 — Lever par le terme dominant

4 pts 11 min

Lever une indétermination par factorisation

On cherche $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2 + 4}$.

1. Quelle forme obtient-on en l'état ?

1 pt

2. Par quoi factorise-t-on, en haut comme en bas ?

1 pt

3. Que deviennent les autres termes après simplification ?

1 pt

4. Quelle est la limite cherchée ?

1 pt

Exercice 3 — Gendarmes et croissances comparées

5 pts 14 min

Employer gendarmes et croissances comparées

Réponds à chaque question.

1. Énonce le théorème des gendarmes.

1 pt

2. Pourquoi ne peut-on pas calculer directement $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos x}{x}$?

1 pt

3. Encadre $2x + \cos x$, puis divise par $x > 0$.

1 pt

4. Conclus.

1 pt

5. Énonce la règle des croissances comparées.

1 pt

Exercice 4 — Continuité et TVI

4 pts 14 min

Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires

Réponds à chaque question.

1. Quand une fonction est-elle continue en a ? 1 pt

2. Une fonction continue est-elle toujours dérivable ? Et l'inverse ? 1 pt

3. Énonce le théorème des valeurs intermédiaires. 1 pt

4. Qu'est-ce qui donne l'unicité de la solution ? 1 pt

Exercice 5 — Trouve l'erreur

3 pts 10 min

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

1. « $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x) = 0$, puisque $\infty - \infty = 0$. » 1 pt

2. « $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x = 0$, puisque le sinus oscille autour de 0. » 1 pt

3. « f est continue et $f(a) < 0 < f(b)$: l'équation $f(x) = 0$ a donc une unique solution. » 1 pt