

Fonction logarithme népérien

Mathématiques · Terminale
Contrôle n°1 · 60 min · sur 20

Nom et prénom

Classe

Date

NOTE

... / 20

CONSIGNES

- Durée : **60 minutes**. Le temps conseillé par exercice est indiqué à côté du barème.
- Le barème est donné : il dit où passer du temps.
- Écris tes réponses sur les lignes prévues. Une réponse hors des lignes reste comptée.

AVANT DE COMMENCER — CE QU'IL FAUT SAVOIR

- Le logarithme répond à une question : à quelle puissance élever e pour obtenir ce nombre ?
- Il n'existe pas pour $x \leq 0$: aucune puissance de e ne donne un nombre négatif.
- Les trois règles ne valent que pour des nombres strictement positifs.
- Une somme à l'intérieur d'un logarithme ne se décompose pas.
- La condition d'existence se pose d'abord, pas à la fin pour vérifier.
- Dans un affrontement entre logarithme et puissance, la puissance gagne toujours.

Exercice 1 — La définition

4 pts

11 min

Définir le logarithme népérien

Réponds à chaque question.

1. Écris l'équivalence qui définit le logarithme.

1 pt

2. Sur quel ensemble est-il défini, et pourquoi pas ailleurs ?

1 pt

3. Que valent $\ln 1$ et $\ln e$?

1 pt

4. Quel est le signe de $\ln x$ selon x , et quelle est sa dérivée ?

1 pt

Exercice 2 — Les trois règles

4 pts 11 min

Appliquer les propriétés algébriques du logarithme

Réponds à chaque question.

1. Que devient un produit, un quotient et une puissance sous un logarithme ? 1 pt

2. Quelle condition ces règles exigent-elles ? 1 pt

3. Que valent $\ln \frac{1}{a}$ et $\ln \sqrt{a}$? 1 pt

4. Pourquoi $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$ est-il faux ? 1 pt

Exercice 3 — Simplifier une écriture

4 pts 13 min

Simplifier une expression logarithmique

On cherche à écrire $A = \ln 8 - 2 \ln 4 + \ln 32$ sous la forme $k \ln 2$.

1. Écris 8, 4 et 32 comme puissances de 2. 1 pt

2. Réécris A en faisant descendre les exposants. 1 pt

3. Calcule le coefficient final. 1 pt

4. Donne A . 1 pt

Exercice 4 — Équations et inéquations

5 pts 14 min

Résoudre une équation logarithmique

Réponds à chaque question.

1. Quelle est la toute première étape d'une résolution ? 1 pt

2. À quoi se ramène l'équation $\ln A = \ln B$? 1 pt

3. À quoi équivaut $\ln x = k$? 1 pt

4. Une inéquation $\ln A < \ln B$ change-t-elle de sens ? 1 pt

5. Une population double chaque année. Au bout de combien d'années est-elle multipliée par plus de 1 000 ? 1 pt

Exercice 5 — Trouve l'erreur

3 pts 11 min

Repérer une erreur et la corriger

Chaque affirmation est fausse. Écris ce qu'il fallait dire.

1. « $\ln(x + 3) = \ln x + \ln 3$ » 1 pt

2. « J'ai trouvé $x = -2$ comme solution de $\ln(x) = \ln(x^2 - 2)$, je la garde. » 1 pt

3. « $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = +\infty$, puisque $\ln x \rightarrow +\infty$. » 1 pt