CORRIGÉ

1re

Corrigé détaillé
8 exercices

Nuage de points — Ajustement affine et point moyen

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Une enquête fictive interroge 500 adultes d'une commune ; 120 d'entre eux ont 65 ans ou plus. Parmi ces 120 personnes, 66 se sont fait vacciner contre la grippe cet hiver ; parmi les moins de 65 ans, 95 l'ont fait.

1. **a.** Moins de 65 ans : $500 - 120 = 380$. Non-vaccinés : $120 - 66 = 54$ chez les 65 ans ou plus, et chez les moins de 65 ans : $380 - 95 = 285$
2. Marges des colonnes : $66 + 95 = 161$ vaccinés et $54 + 285 = 339$ non-vaccinés. Contrôle : $161 + 339 = 500$
3. **b.** Parmi les 65 ans ou plus :
   $\frac{66}{120} = 0{,}55$
4. Parmi les moins de 65 ans :
   $\frac{95}{380} = 0{,}25$
   55 % contre 25 % : dans cette enquête, les 65 ans ou plus se vaccinent plus de deux fois plus souvent, bien qu'ils soient moins nombreux parmi les vaccinés (66 contre 95).
5. **c.** « Parmi les vaccinés » : on divise par la marge 161.
   $\frac{66}{161} \approx 0{,}41$
   environ 41 % des vaccinés ont 65 ans ou plus.

2 Dans une commune (données fictives), un diagramme circulaire répartit 240 logements selon leur chauffage principal : pompe à chaleur 135°, gaz 105°, bois 75°, fioul 45°.

1. Les secteurs font bien le tour complet, et l'angle est proportionnel à l'effectif : 360° représentent les 240 logements.
   $135 + 105 + 75 + 45 = 360$
2. **a.**
   $\frac{105}{360} \times 240 = 70$
   70 logements sont chauffés au gaz.
3. **b.**
   $\frac{135}{360} = 0{,}375$
   les pompes à chaleur représentent 37,5 % des logements.
4. **c.** On multiplie la fréquence par 360° :
   $\frac{36}{160} \times 360 = 81$
   le secteur du bois mesurerait 81°.

3 Cinq stations météo d'un même massif (données fictives) donnent l'altitude x, en m, et la température moyenne annuelle y, en °C : $(200\,;13{,}2)$, $(500\,;11{,}1)$, $(800\,;9{,}4)$, $(1\,100\,;7{,}3)$ et $(1\,400\,;5{,}5)$.

1. **a.** $\overline{x} = \frac{200+500+800+1\,100+1\,400}{5} = \frac{4\,000}{5} = 800$ et
   $\overline{y} = \frac{13{,}2+11{,}1+9{,}4+7{,}3+5{,}5}{5} = \frac{46{,}5}{5} = 9{,}3$
   $G(800\,;9{,}3)$.
2. **b.** La station à 800 m a pour point $(800\,;9{,}4)$, et non $(800\,;9{,}3)$: G n'est pas un point du nuage, bien que son abscisse soit celle d'une station.
3. **c.** Chaque fois que l'altitude augmente de 300 m, la température baisse d'environ 2 °C (2,1 ; 1,7 ; 2,1 ; 1,8). Les points sont presque alignés : le nuage est allongé et décroissant, un ajustement affine est pertinent.

4 **On reprend les stations de l'exercice 3. Pour la droite des moindres carrés, le tableur affiche l'équation $y = -0{,}0064x + 14{,}42$.**

1. **a.**
$-0{,}0064 \times 800 + 14{,}42 = -5{,}12 + 14{,}42 = 9{,}3$
G est sur la droite.

2. Le coefficient directeur est la variation de température par mètre : elle baisse de 0,0064 °C par mètre, soit, par tranche de 100 m :
$0{,}0064 \times 100 = 0{,}64$
0,64 °C de moins tous les 100 m.

3. **b.** 1 000 m est dans l'intervalle $[200\,;1\,400]$ des données : interpolation.
$-0{,}0064 \times 1\,000 + 14{,}42 = 8{,}02$
environ 8 °C à 1 000 m.

4. **c.** 2 000 m est hors de l'intervalle : extrapolation.
$-0{,}0064 \times 2\,000 + 14{,}42 = 1{,}62$
environ 1,6 °C, si la tendance se prolonge au-delà de 1 400 m.

5. **d.** On cherche x tel que $-0{,}0064x + 14{,}42 < 0$, soit $14{,}42 < 0{,}0064x$, donc $x > \frac{14{,}42}{0{,}0064}$.
$\frac{14{,}42}{0{,}0064} \approx 2\,253$
au-dessus d'environ 2 250 m, le modèle annonce une température moyenne négative. C'est une extrapolation loin des données : il faudrait des stations plus hautes pour la confirmer.

---

5 **Production d'électricité solaire d'une commune (données fictives), en MWh, selon le rang x de l'année : pour x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, on relève y = 12, 17, 19, 25, 27, 32.**

1. **a.** G_1 : abscisse $\frac{1+2+3}{3} = 2$, ordonnée :
$\frac{12+17+19}{3} = \frac{48}{3} = 16$

2. G_2 : abscisse $\frac{4+5+6}{3} = 5$, ordonnée :
$\frac{25+27+32}{3} = \frac{84}{3} = 28$
$G_1(2\,;16)$ et $G_2(5\,;28)$.

3. **b.** Coefficient directeur :
$a = \frac{28-16}{5-2} = \frac{12}{3} = 4$

4. Ordonnée à l'origine, avec G_1 :
$b = 16 - 4 \times 2 = 8$
la droite de Mayer a pour équation $y = 4x + 8$.

5. **c.** G a pour abscisse $\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5$ et pour ordonnée $\frac{48+84}{6} = 22$. Or :
$4 \times 3{,}5 + 8 = 22$
$G(3{,}5\,;22)$ est bien sur la droite.

6. **d.** Le rang 8 est hors des données : extrapolation.
$4 \times 8 + 8 = 40$
environ 40 MWh, si la production continue de croître au même rythme.

---

6 **Repérer l'erreur. Population d'une ville (données fictives), en milliers d'habitants, avec x le nombre d'années depuis 2000 : pour x = 0, 4, 8, 12, 16, 20, on a y = 42,1 ; 43,0 ; 44,5 ; 45,6 ; 46,7 ; 48,1. Théo rédige trois affirmations.**

1. **a.** Théo n'utilise que deux points sur six ; le point moyen se calcule avec **toutes** les valeurs.
$\overline{x} = \frac{0+4+8+12+16+20}{6} = 10$

2. Moyenne des ordonnées :
$\overline{y} = \frac{42{,}1+43{,}0+44{,}5+45{,}6+46{,}7+48{,}1}{6} = \frac{270}{6} = 45$
$G(10\,;45)$. Le milieu en était proche ici par hasard ; la méthode reste fausse.

3. **b.** x compte les années depuis 2000 : 2030 correspond à $x = 30$, et non à l'année elle-même.
$0{,}3 \times 30 + 42 = 51$
environ 51 000 habitants. Le résultat de Théo, plus de treize fois la population de 2020, aurait dû l'alerter.

4. **c.** Le calcul est juste, mais c'est une extrapolation à près de trois siècles des données, relevées de 2000 à 2020 : rien ne dit que la tendance durera. L'affirmation n'a aucune valeur de prévision.

---

7 Vrai ou faux ? Justifier.

1. **a. Faux.** Dans l'exemple de la ville, $G(10\,;45)$ n'est aucun des six points : aucune donnée n'a pour abscisse 10.
2. **b. Vrai.** C'est une propriété du cours ; avec deux groupes de même effectif, G est même le milieu de $[G_1G_2]$.
3. **c. Faux.** C'est interpoler. Extrapoler, c'est estimer **hors** de l'intervalle des données.
4. **d. Vrai.** Des effectifs de groupes de tailles différentes ne sont pas comparables : 90 sur 250 et 105 sur 150, c'est 36 % contre 70 %.
5. **e. Faux.** Il faut un nuage allongé ; un nuage courbé ou sans forme ne s'ajuste pas par une droite.
6. **f. Vrai.** Le coefficient directeur 2 est l'augmentation de y quand x augmente de 1 ; par exemple :
   $(2\times4+5)-(2\times3+5)=13-11=2$

---

8 Pendant six semaines d'hiver, une famille relève (données fictives) la température extérieure moyenne x, en °C, et sa consommation moyenne de chauffage y, en kWh par jour : pour x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, on a y = 52, 45, 41, 35, 32, 26.

1. **a.** $\overline{x}=\frac{2+4+6+8+10+12}{6}=\frac{42}{6}=7$ et
   $\overline{y}=\frac{52+45+41+35+32+26}{6}=\frac{231}{6}=38{,}5$
   $G(7\,;38{,}5)$.
2. **b.** G_1, trois premières semaines : abscisse 4, ordonnée $\frac{52+45+41}{3}=46$. G_2 : abscisse 10, ordonnée $\frac{35+32+26}{3}=31$.
   $a=\frac{31-46}{10-4}=\frac{-15}{6}=-2{,}5$
3. Avec G_1 :
   $b=46+2{,}5\times4=56$
   Inès : $y=-2{,}5x+56$.
4. **c.** Avec $G(7\,;38{,}5)$ et $(12\,;25)$:
   $a=\frac{25-38{,}5}{12-7}=\frac{-13{,}5}{5}=-2{,}7$
5. Avec le point $(12\,;25)$:
   $b=25+2{,}7\times12=57{,}4$
   Hugo : $y=-2{,}7x+57{,}4$; contrôle : $-2{,}7\times7+57{,}4=38{,}5$.
6. **d.** À 5 °C, dans l'intervalle des données (interpolation), Inès obtient :
   $-2{,}5\times5+56=43{,}5$
   et Hugo $-2{,}7\times5+57{,}4=43{,}9$: 0,4 kWh d'écart.
7. À −8 °C (extrapolation), Inès obtient :
   $-2{,}5\times(-8)+56=76$
   et Hugo $-2{,}7\times(-8)+57{,}4=79$: 3 kWh d'écart. Les deux modèles s'accordent près des données et s'écartent loin d'elles.
8. **e.**
   $-2{,}5\times25+56=-6{,}5$
   une consommation négative est impossible : loin des températures observées, la droite ne décrit plus la réalité. L'ajustement ne vaut qu'au voisinage de l'intervalle $[2\,;12]$.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Compléter un tableau croisé et calculer une proportion avec la bonne marge	2 pts	Diviser par l'effectif total au lieu de la marge ; comparer des effectifs de groupes inégaux
Calculer les coordonnées du point moyen	2 pts	Prendre le milieu des points extrêmes ; oublier une valeur
Déterminer l'équation d'une droite d'ajustement et la contrôler avec G	2 pts	Calculer a à l'envers ; oublier b ; ne pas contrôler avec G
Interpoler ou extrapoler avec la bonne valeur de x, et l'unité	2 pts	Remplacer x par l'année au lieu du rang ; oublier l'unité
Exercer son esprit critique sur le modèle et sur les graphiques	2 pts	Donner une extrapolation lointaine pour certaine ; laisser passer une valeur absurde