EXERCICES

Modèle quadratique — Paraboles, sommet et forme factorisée

1re

Nom : _____
Classe : _____

Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Associer une parabole à son expression

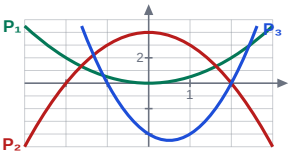
●○○

a. P_1 a pour sommet l'origine et passe par $(2\,;\,2)$; P_2 est tournée vers le bas et coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;\,4)$; P_3 coupe l'axe des abscisses en -1 et 2. Associer chaque parabole à l'une des fonctions $f(x) = -x^2 + 4$, $g(x) = 0{,}5x^2$, $h(x) = 2(x+1)(x-2)$, $k(x) = -0{,}5x^2$, en justifiant.

b. Quelle fonction n'est représentée par aucune des trois paraboles ? Pourquoi ?

c. Déterminer les coordonnées du sommet de P_3.

d. Résoudre graphiquement $g(x) = 2$, puis $g(x) < 2$.



Les trois paraboles P_1, P_2, P_3.

2 Équations produit nul

●○○

a. $(x-4)(x+2) = 0$

b. $-3x(x-5) = 0$

c. $(2x-1)(x+3) = 0$

d. $x^2 - 7x = 0$

3 Étudier le signe de $f(x) = -2(x-1)(x+4)$ ●●○

a. Déterminer les racines de f.

b. Dresser le tableau de signes de f.

c. Résoudre $f(x) > 0$.

d. Déterminer le sommet de la parabole. Est-ce un maximum ou un minimum ?

4 Le sommet de $f(x) = x^2 + 6x + 5$, sans formule ●●○

a. Résoudre $f(x) = 5$ et en déduire l'axe de symétrie de la parabole.

b. Calculer les coordonnées du sommet, puis dresser le tableau de variation de f.

c. Vérifier que $f(x) = (x+1)(x+5)$ et retrouver l'axe d'une autre façon.

5 Vrai ou faux ? Justifier. ●●○

a. La parabole de $x \mapsto -3x^2 + 5$ a pour sommet $(0\,;\,5)$.

b. Les racines de $4(x+2)(x-7)$ sont 2 et -7.

c. Si $f(x) = 2(x-1)(x-5)$, alors $f(x) < 0$ pour tout x de $]1\,;\,5[$.

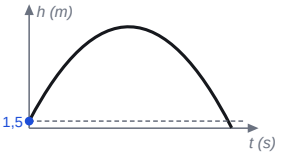
d. La fonction $x \mapsto x^2 + 3$ a deux racines.

e. La parabole de $x \mapsto x^2 - 8x + 3$ a pour axe de symétrie la droite $x = 4$.

f. La fonction $x \mapsto -x^2$ est croissante sur $]-\infty\,;\,0]$.

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. La parabole de $x \mapsto -3x^2 + 5$ a pour sommet $(0\,;\,5)$.		
b. Les racines de $4(x+2)(x-7)$ sont 2 et -7.		
c. Si $f(x) = 2(x-1)(x-5)$, alors $f(x) < 0$ pour tout x de $]1\,;\,5[$.		
d. La fonction $x \mapsto x^2 + 3$ a deux racines.		
e. La parabole de $x \mapsto x^2 - 8x + 3$ a pour axe de symétrie la droite $x = 4$.		
f. La fonction $x \mapsto -x^2$ est croissante sur $]-\infty\,;\,0]$.		

6 Le lancer d'un ballon



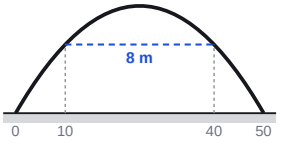
La hauteur h du ballon, en mètres, selon le temps t, en secondes.

a. Un ballon est lancé vers le haut. Sa hauteur, en mètres, t secondes après le lancer, est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1{,}5$. Que représente $h(0)$?

b. Résoudre $h(t) = 1{,}5$. En déduire à quel instant le ballon est au plus haut, et à quelle hauteur.

c. Vérifier que $h(t) - 16{,}5 = -5(t-1)(t-3)$. Pendant combien de temps le ballon est-il à plus de 16,5 m du sol ?

7 L'arche d'un viaduc



L'arche au-dessus de l'eau, et la hauteur de 8 m.

a. L'arche d'un viaduc a pour hauteur, en mètres, $h(x) = -0{,}02x(x-50)$, où x est la distance au pied gauche, en mètres. Calculer $h(0)$ et $h(50)$, et interpréter.

b. Calculer la hauteur maximale de l'arche.

c. Vérifier que $h(x) - 8 = -0{,}02(x-10)(x-40)$. Une péniche haute de 8 m doit passer sous l'arche : de quelle largeur de passage dispose-t-elle ?

8 Repérer l'erreur

a. Léo étudie $g(x) = -2x^2 + 12x - 10$. Il écrit : « $g(x) = -10 \iff x(-2x+12) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 6$, donc l'axe est $x = 3$. $g(3) = -2 \times 3^2 + 12 \times 3 - 10 = 36 + 36 - 10 = 62$. Comme $a = -2$, g est croissante sur $[3\,;+\infty[$ et son minimum est 62. » Quelle partie est juste ?

b. Trouver ses deux erreurs et donner le sommet et le tableau de variation corrects.

c. Vérifier que $g(x) = -2(x-1)(x-5)$, puis donner le signe de g.

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Modèle quadratique — Paraboles, sommet et forme factorisée ».