CORRIGÉ

1re

Corrigé détaillé
8 exercices

Modèle linéaire — Suites arithmétiques et fonctions affines

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Calculer des termes

1. **a.** On remplace n par 0, puis 1, puis 10 : $u(0) = 7$ et
   $u(1) = 7 + 3 \times 1 = 10$
2. puis
   $u(10) = 7 + 3 \times 10 = 37$
3. **b.** On applique la règle de proche en proche :
   $v(1) = 50 - 4 = 46$
   puis $v(2) = 46 - 4 = 42$ et $v(3) = 42 - 4 = 38$.
4. **c.** $u(n+1) - u(n) = 7 + 3(n+1) - (7 + 3n) = 3$: u est arithmétique de raison $3 > 0$, donc croissante.
5. v est arithmétique de raison -4, car on retire 4 à chaque pas ; $-4 < 0$, donc v est décroissante.

2 Vrai ou faux ? Justifier.

1. a. **Faux.** Les écarts valent 3, 3, 4 puis 3 : un seul écart différent suffit.
   $12 - 8 = 4$
2. b. **Vrai.** $u(n+1) - u(n) = 5 - 2(n+1) - (5 - 2n) = -2$: raison $-2 < 0$, la suite est décroissante.
3. c. **Vrai.** Suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 3 :
   $u(10) = 4 + 10 \times 3 = 34$
4. d. **Faux.** $u(0) = 0$, $u(1) = 1$, $u(2) = 4$: les écarts 1 puis 3 ne sont pas égaux.
5. e. **Vrai.** De $u(0)$ à $u(4)$, il y a 4 pas de 2 :
   $u(0) = 10 - 4 \times 2 = 2$

3 Le carré bordé

1. **a.** On compte : $g(1) = 8$, $g(2) = 12$, $g(3) = 16$. Les écarts sont égaux :
   $12 - 8 = 16 - 12 = 4$
2. **b.** La bordure est formée de 4 côtés de n carreaux et de 4 coins. Au rang suivant, chaque côté gagne un carreau et il y a toujours 4 coins : on ajoute 4 carreaux.
   la suite (g_n) est arithmétique de raison 4 et de premier terme $g(1) = 8$.
3. **c.** La suite commence au rang 1 : $g(n) = 8 + (n-1) \times 4 = 4n + 4$. Contrôle :
   $g(3) = 4 \times 3 + 4 = 16$
4. On résout $4n + 4 = 100$, soit $4n = 96$:
   $n = \frac{96}{4} = 24$
5. Vérification :
   $g(24) = 4 \times 24 + 4 = 100$
6. Le motif de rang 24 compte exactement 100 carreaux gris.

4 Retrouver une suite à partir de deux termes

1. **a.** De $u(4)$ à $u(10)$, il y a 6 pas, qui ont ajouté en tout :
   $50 - 23 = 27$
2. Chaque pas ajoute donc :
   $r = \frac{27}{6} = 4{,}5$
3. **b.** On recule de 4 pas depuis $u(4)$:
   $u(0) = 23 - 4 \times 4{,}5 = 5$
   d'où $u(n) = 5 + 4{,}5\,n$; contrôle : $5 + 4{,}5 \times 10 = 50$.
4. **c.**
   $u(30) = 5 + 4{,}5 \times 30 = 140$
5. La raison $4{,}5$ est positive : la suite est croissante, et $u(30) = 140$.

---

5 Offre, demande et prix d'équilibre

1. **a.** D est affine de coefficient directeur $-80 < 0$: décroissante. O est affine de coefficient directeur $100 > 0$: croissante.
   chaque hausse de 1 € du prix fait baisser la demande de 80 unités.
2. **b.** Deux points suffisent pour chaque droite :
   $D(3) = 1200 - 80 \times 3 = 960$
   $D(12) = 240$; $O(3) = 60$ et $O(12) = 960$.
3. **c.** Les droites se coupent au point d'abscisse 8. Par le calcul, on résout $1\,200 - 80x = 100x - 240$, soit $180x = 1\,440$:
   $x = \frac{1440}{180} = 8$
4. Quantité échangée :
   $D(8) = 1200 - 80 \times 8 = 560$
   et $O(8) = 100 \times 8 - 240 = 560$: l'offre égale bien la demande.
5. Le prix d'équilibre est 8 € ; il s'échange alors 560 unités.

---

6 Repérer l'erreur

1. **a.** La suite commence au rang 1 : il n'y a que $n - 1$ pas jusqu'au rang n. Donc $u(n) = 5 + 3(n - 1) = 3n + 2$; contrôle :
   $3 \times 1 + 2 = 5$
2. **b.** Yanis a inversé : c'est la variation des ordonnées divisée par celle des abscisses.
   $m = \frac{10-4}{3-1} = 3$
3. **c.** Le rang doit vérifier $n > 16{,}7$: 16 ne convient pas. Le plus petit entier qui convient est 17, donc 17 ans.
4. **d.** Les écarts valent 3, 6 puis 12 : ils ne sont pas constants. On **multiplie** par 2 à chaque étape ; la suite est croissante, mais sa croissance n'est pas linéaire.
5. Les quatre erreurs se corrigent en revenant au cours : compter les pas, y sur x, plus petit entier, écart constant.

---

7 Deux comptes et deux seuils

1. **a.** Chaque mois, on retire la même somme, 150 €, au solde de Lucie : suite arithmétique de raison -150, et $L(n) = 2\,400 - 150n$. Chaque mois, Hugo ajoute 90 € : $H(n) = 600 + 90n$.
2. **b.** On résout $2\,400 - 150n < 500$, soit $-150n < -1\,900$:
   $500 - 2400 = -1900$
3. On divise par -150, qui est négatif, donc le sens change : $n > \dfrac{1\,900}{150}$, avec
   $\frac{1900}{150} \approx 12{,}67$
4. Le plus petit entier est 13. Vérification :
   $L(12) = 2400 - 150 \times 12 = 600$
   et $L(13) = 2\,400 - 150 \times 13 = 450$: $600 \geq 500$ mais $450 < 500$.
5. **c.** On résout $600 + 90n > 2\,400 - 150n$, soit $240n > 1\,800$:
   $\frac{1800}{240} = 7{,}5$
6. Le plus petit entier qui convient est 8. Vérification :
   $H(8) = 600 + 90 \times 8 = 1320$
   et $L(8) = 1\,200$, alors qu'au rang 7, $H(7) = 1\,230 < L(7) = 1\,350$.
7. Le solde de Lucie passe sous 500 € au bout de 13 mois ; Hugo a plus d'argent qu'elle au bout de 8 mois.

---

8 Celsius et Fahrenheit

1. **a.** Le taux d'accroissement d'une fonction affine est son coefficient directeur : 1 °C de plus donne toujours 1,8 °F de plus.
   $1{,}8 \times 5 = 9$
   la température monte de 9 °F, quelle que soit la température de départ.
2. **b.** On résout $1{,}8\,C + 32 = 350$, soit $1{,}8\,C = 318$:
   $C = \frac{318}{1{,}8} \approx 176{,}7$
   soit environ 177 °C.
3. **c.** On cherche C tel que $1{,}8\,C + 32 = C$, soit $0{,}8\,C = -32$:
   $C = \frac{-32}{0{,}8} = -40$
4. Contrôle :
   $1{,}8 \times (-40) + 32 = -40$
5. Oui : −40 °C et −40 °F désignent la même température. C'est la seule, car l'équation du premier degré obtenue a une unique solution.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Reconnaître une croissance linéaire et justifier le modèle	2 pts	Déclarer la suite arithmétique sur trois écarts égaux, sans citer l'énoncé ni calculer $u(n+1) - u(n)$
Terme de rang n avec le bon premier rang	2 pts	Écrire $u(1) + n \times r$ au lieu de $u(1) + (n-1) \times r$
Sens de variation justifié par le signe de r ou de m	1 pt	Conclure à partir de deux termes calculés
Représentation : points isolés, droite juste, coefficient directeur	2 pts	Relier les points d'une suite, ou calculer le coefficient directeur à l'envers
Seuil : inéquation, plus petit entier, vérification	3 pts	Arrondir 16,67 à 16, ou ne pas retourner l'inégalité en divisant par un négatif