EXERCICES

Modèle exponentiel — Suites géométriques, fonctions a^x

1re

Nom : _____
Classe : _____

Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Automatismes : de tête, sans calculatrice

●○○

a. Un article à 60 € augmente de 15 %. Quel est son nouveau prix ?

b. Une population passe de 250 à 200 individus. Quel est le taux d'évolution ?

c. Un prix subit deux hausses successives de 10 %. Quel est le taux d'évolution global ?

d. Après une hausse de 25 %, quelle baisse ramène à la valeur initiale ?

e. Après une baisse de 20 %, un prix vaut 48 €. Quel était le prix initial ?

2 Reconnaître une suite géométrique. Pour chaque suite, dire si elle peut être géométrique ; si oui, donner sa raison, son sens de variation et son terme de rang n.

●○○

a. $u(0) = 4\,;\, u(1) = 6\,;\, u(2) = 9\,;\, u(3) = 13{,}5$.

b. $v(0) = 3\,;\, v(1) = 6\,;\, v(2) = 9\,;\, v(3) = 12$.

c. $w(0) = 200\,;\, w(1) = 180\,;\, w(2) = 162\,;\, w(3) = 145{,}8$.

3 Un médicament dans le sang

●●○

a. On injecte 500 mg d'un médicament ; chaque heure, l'organisme en élimine 10 %. On note $u(n)$ la quantité, en mg, au bout de n heures. Justifier que la suite u est géométrique ; donner $u(0)$ et sa raison.

b. Exprimer $u(n)$ en fonction de n, puis calculer $u(4)$.

c. Quel est le sens de variation de u ? Justifier.

d. À la calculatrice (mode table) ou au tableur, déterminer au bout de combien d'heures il reste moins de 250 mg.

4 Vrai ou faux ? Justifier, sans calculatrice. ●●○

a. Une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % ramène au prix initial.

b. La suite définie par $u(0) = 40$ et $u(n+1) = 0{,}95 \times u(n)$ est décroissante.

c. $4^{0,5} = 2$.

d. Une quantité qui augmente de 20 % par an a augmenté de 40 % en deux ans.

e. $2^3 \times 2^{1,5} = 2^{4,5}$.

f. Une hausse globale de 44 % en deux ans correspond à un taux moyen de 22 % par an.

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. Une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % ramène au prix initial.		
b. La suite définie par $u(0) = 40$ et $u(n+1) = 0{,}95 \times u(n)$ est décroissante.		
c. $4^{0,5} = 2$.		
d. Une quantité qui augmente de 20 % par an a augmenté de 40 % en deux ans.		
e. $2^3 \times 2^{1,5} = 2^{4,5}$.		
f. Une hausse globale de 44 % en deux ans correspond à un taux moyen de 22 % par an.		

5 Repérer l'erreur : un placement ●●○

a. Léa place 2 000 € à intérêts composés au taux de 3 % par an. Elle écrit : « $C(n) = 2\,000 \times 0{,}03^n$ ». Expliquer son erreur et corriger la formule.

b. Elle calcule ensuite : « $C(10) = 2\,000 + 10 \times 60 = 2\,600$ ». Quel modèle a-t-elle utilisé ? Calculer, à la calculatrice, la vraie valeur de $C(10)$ au centime près.

c. On prend $C(x) = 2\,000 \times 1{,}03^x$ pour $x \geqslant 0$. Que vaut le capital au bout de 6 mois ?

6 Décroissance radioactive ●●○

a. Un échantillon contient 100 g d'un isotope radioactif de demi-vie 8 jours : sa masse est divisée par 2 tous les 8 jours. On la modélise par $m(x) = 100 \times 0{,}5^x$, où $x \geqslant 0$ est le nombre de demi-vies écoulées. Calculer de tête $m(1)$, $m(2)$, $m(3)$ et $m(4)$.

b. Donner le sens de variation de m, puis tracer sa courbe sur $[0\,;4]$ (2 cm pour une demi-vie, 1 cm pour 25 g).

c. Calculer $m(0{,}5)$ à la calculatrice. Quelle masse reste-t-il au bout de 4 jours ? Pourquoi n'est-ce pas 75 g ?

d. Au bout de combien de demi-vies entières reste-t-il moins de 1 g ? Combien de jours cela fait-il ?

7 La rumeur en cascade ●●●

a. Le jour 0, une personne lance une rumeur. Chaque jour, chaque personne qui l'a apprise la veille la répète à 3 personnes qui l'ignoraient. On note $v(n)$ le nombre de personnes qui l'apprennent le jour n, avec $v(0) = 1$. Calculer $v(1)$, $v(2)$, $v(3)$, puis exprimer $v(n)$.

b. Sans calculatrice, calculer 3^5, puis donner un ordre de grandeur de $v(10)$.

c. À la calculatrice, déterminer le premier jour où plus d'un million de personnes apprennent la rumeur.

d. La rumeur circule dans une ville de 50 000 habitants. Le modèle peut-il rester valable jusqu'au jour 10 ?

8 Taux d'évolution moyens ●●●

a. La population d'une ville passe de 40 000 à 48 400 habitants en 2 ans. Calculer de tête le taux d'évolution global, puis le taux moyen annuel.

b. Si ce taux moyen se maintient, quelle population peut-on prévoir deux ans plus tard ?

c. Une consommation d'énergie baisse de 19 % en deux ans. Quel est, de tête, le taux moyen annuel ?

d. Le prix d'un appartement augmente de 30 % en 5 ans. Calculer à la calculatrice le taux moyen annuel, arrondi à 0,01 % près.

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Modèle exponentiel — Suites géométriques, fonctions a^x ».