CORRIGÉ

1re

Applications de la dérivation — extremums et optimisation

Corrigé détaillé
6 exercices

> Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Lire un extremum

1. f est croissante puis décroissante.
2. f' s'annule en changeant de signe en 2 : f admet un **maximum** égal à 5 en $x = 2$.

2 Extremum d'un polynôme

1. $f'(x) = 2x - 6$, nulle en $x = 3$.
2. f' négative avant 3, positive après : minimum.
3. $f(3) = 9 - 18 + 11 = 2$: **minimum 2 en** $x = 3$.

3 Cas de non-extremum

1. $g'(x) = 3x^2 \geq 0$: g' ne change pas de signe.
2. g est croissante sur $\mathbb{R}$: **pas d'extremum** en 0, malgré $g'(0) = 0$.

4 Démontrer une inégalité

1. On pose $h(x) = x + \dfrac{1}{x}$; $h'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$.
2. Sur $]0\,;+\infty[$, h' est négative avant 1, positive après.
3. Minimum $h(1) = 2$, donc $h(x) \geq 2$ pour tout $x > 0$.

5 Bénéfice maximal

1. $B'(x) = -3x^2 + 24x - 21 = -3(x^2 - 8x + 7) = -3(x - 1)(x - 7)$.
2. B' est positive sur $[1\,;7]$ et négative ailleurs sur $[0\,;10]$.
3. Maximum en $x = 7$: $B(7) = -343 + 588 - 147 = 98$.
4. Le bénéfice est maximal pour **700 objets** : 98 000 €.

6 Boîte sans couvercle

1. $x \in]0\,;6[$ et $V(x) = x(12 - 2x)^2 = 4x^3 - 48x^2 + 144x$.
2. $V'(x) = 12x^2 - 96x + 144 = 12(x - 2)(x - 6)$.
3. Sur $]0\,;6[$, V' est positive avant 2, négative après : maximum en $x = 2$.
4. $V(2) = 2 \times 8^2 = 128$: volume maximal **128 cm³** pour $x = 2$ cm.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Étudier le signe de la dérivée	2 pts	Conclure sur $f'(a) = 0$ seul
Modéliser le problème	2 pts	Oublier l'intervalle de la variable
Conclure	1 pt	Pas de phrase ni d'unité