

Géométrie dans l'espace — solides, positions relatives et sections

Corrigé détaillé
7 exercices

Ce qui est noté au contrôle, ce n'est pas le résultat seul : c'est le raisonnement posé, puis le calcul mené jusqu'au bout avec l'unité.

1 Calculer les volumes, en valeur exacte puis arrondie au dixième.

- ① a. $\frac{\pi r^2 h}{3}$ avec $r^2 = 9$.
 $9 \times 4 = 36$
- ② On divise par 3.
 $36 \div 3 = 12$
 $12\pi \approx 37,7 \text{ cm}^3$.
- ③ b. $\frac{4}{3}\pi r^3$ avec $r^3 = 27$.
 $4 \times 27 = 108$
- ④ On divise par 3.
 $108 \div 3 = 36$
 $36\pi \approx 113,1 \text{ cm}^3$.
- ⑤ c. Base $6 \times 6 = 36$, puis base $\times$ hauteur.
 $36 \times 5 = 180$
- ⑥ Un tiers, la pyramide pointant.
 $180 \div 3 = 60$
 60 cm^3 exactement — aucun π ici.

2 $ABCDEFGH$ est un cube. Préciser la position relative des droites, en justifiant.

- ① a. Toutes deux dans le plan $(ABFE)$, sans point commun.
parallèles.
- ② b. Aucun plan du cube ne les contient toutes deux.
non coplanaires : elles ne se coupent pas et ne sont pas parallèles.
- ③ c. Elles ont le point B en commun et forment un angle droit.
 $90 - 90 = 0$
perpendiculaires — et non simplement orthogonales, puisqu'elles sont sécantes.

3 Orthogonalité et vocabulaire. Répondre par vrai ou faux, en justifiant.

- ① a. Faux : dans un cube, (AB) et (CG) sont orthogonales sans point commun.
« perpendiculaires » exige en plus d'être sécantes.
- ② b. Faux : deux plans sécants se coupent selon une droite.
 $2 - 1 = 1$
une droite, jamais un point isolé.
- ③ c. Vrai, et c'est la propriété qu'on utilise pour démontrer un parallélisme.
une seule droite du plan suffit ; il faut seulement penser au cas où d est dans le plan.

4 Sections planes. $ABCDEFGH$ est un cube ; I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[BC]$.

- ① a. Oui : I et J appartiennent tous deux à la face $ABCD$.
on ne relie deux points d'une section que s'ils sont sur une même face.
- ② b. I est sur $[AB]$ et F est un sommet de cette face.
 $1 + 1 = 2$
la face $ABFE$ est coupée selon le segment $[IF]$.
- ③ c. Un plan parallèle à une face coupe le cube selon une figure superposable à cette face.
 $4 - 4 = 0$
la section est un carré, de même côté que $ABCD$ — la réduction ne joue pas ici, le cube n'étant pas un solide pointu.

5 Réduction. Un cône de hauteur 12 cm et de rayon 6 cm est coupé par un plan parallèle à la base, à 4 cm du sommet.

① a. Le rapport est celui des hauteurs.

$$4 \div 12 = 0.3333333333333333$$

$$k = \frac{1}{3}.$$

② b. Les longueurs sont multipliées par k .

$$6 \div 3 = 2$$

le rayon de la section vaut 2 cm.

③ c. Les volumes sont multipliés par k^3 .

$$3^3 = 27$$

le petit cône vaut $\frac{1}{27}$ du grand — la réduction d'un tiers ne divise pas le volume par trois.

6 Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne $A(1; 2; 3)$, $B(4; 6; 3)$ et $C(1; 2; 8)$.

① a. Les écarts valent 3, 4 et 0.

$$9 + 16 = 25$$

② On prend la racine.

$$\sqrt{25} = 5$$

$AB = 5$; les deux points sont à la même altitude.

③ b. Seule la troisième coordonnée change.

$$8 - 3 = 5$$

$$AC = 5.$$

④ c. Chaque coordonnée est la moyenne des deux.

$$\frac{1+4}{2} = 2.5$$

⑤ On procède de même pour les deux autres.

$$\frac{2+6}{2} = 4$$

le milieu est $(2,5; 4; 3)$.

⑥ d. Se déplacer dans (Oxy) ne change que x et y .

$$3 - 0 = 3$$

la distance vaut $|z_A| = 3$.

7 Un réservoir a la forme d'une pyramide renversée à base carrée de 4 m de côté et de 3 m de hauteur.

① a. Base $4 \times 4 = 16$, puis base $\times$ hauteur.

$$16 \times 3 = 48$$

② Un tiers, la pyramide pointant.

$$48 \div 3 = 16$$

16 m³, soit 16 000 litres.

③ b. La pyramide étant renversée, la partie remplie est une pyramide semblable de rapport $\frac{1}{2}$.

$$1 \div 2 = 0.5$$

④ Les volumes sont multipliés par k^3 .

$$2^3 = 8$$

⑤ On divise donc le volume total par 8.

$$16 \div 8 = 2$$

2 m³ seulement, soit un huitième — remplir à mi-hauteur est très loin de remplir à moitié.

Corrige-toi toi-même. Compte tes points exercice par exercice : c'est ainsi qu'on voit où l'on perd, et ce n'est presque jamais là où on le croit.

Ce qui est évalué	Points	Ce qui fait perdre le point
Formule de volume exacte, π gardé jusqu'au bout	4 pts	Le tiers oublié sur un cône, ou un arrondi en cours de route
Position relative justifiée par un plan	4 pts	« Elles ne se coupent pas, donc parallèles »
Vocabulaire orthogonal / perpendiculaire	2 pts	« Perpendiculaires » pour des droites non sécantes

Coefficients k , k^2 , k^3 appliqués	4 pts	Un volume divisé par k au lieu de k^3
Distance et milieu dans l'espace	3 pts	La troisième coordonnée oubliée sous la racine
Retour au contexte, unité comprise	3 pts	Des m ³ annoncés en litres sans conversion