EXERCICES

Conditionnement — Probabilité conditionnelle, arbres, indépendance

1re

Nom : _____
Classe : _____

Au contrôle, une réponse juste sans calcul ne rapporte presque rien : chaque problème se rédige en quatre temps — **justifier**, **poser** l'égalité, **mener le calcul** jusqu'au bout, **conclure** par une phrase avec l'unité. La place réservée est dimensionnée pour ces quatre temps.

1 Compléter et lire un arbre pondéré

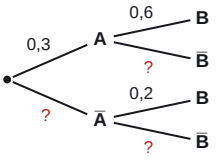
●○○

a. On donne $P(A) = 0{,}3$, $P_A(B) = 0{,}6$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}2$. Reproduire et compléter l'arbre pondéré.

b. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.

c. En déduire $P(B)$.

d. Calculer $P_B(A)$. Est-elle égale à $P_A(B)$?



Les « ? » sont à compléter.

2 Traduire en notation

●○○

a. On choisit au hasard un membre d'un club ; F : « c'est une femme », T : « ce membre joue au tennis ». Traduire : « 40 % des femmes du club jouent au tennis ».

b. Traduire : « 40 % des joueurs de tennis du club sont des femmes ».

c. Traduire : « 12 % des membres du club sont des femmes qui jouent au tennis ».

d. Avec a. et c., calculer $P(F)$. Avec b. et c., calculer $P(T)$.

3 Tableau croisé et indépendance

●●○

a. Une enquête auprès de 500 clients d'un opérateur donne les effectifs : V et S : 120 ; V et $\overline{S}$: 80 ; $\overline{V}$ et S : 180 ; $\overline{V}$ et $\overline{S}$: 120, où V : « le client a l'option vidéo » et S : « le client est satisfait ». On choisit un client au hasard. Calculer $P(V)$, $P(S)$ et $P(V \cap S)$.

b. Calculer $P_V(S)$ et $P_S(V)$.

c. V et S sont-ils indépendants ? Justifier de deux façons.

d. Interpréter le résultat dans le contexte.

	S	S̄	Total
V	120	80	
V̄	180	120	
Total			500

Les totaux sont à compléter.

4 Trois ateliers ●●○

a. Une usine fabrique des pièces dans trois ateliers : A_1 en produit 50 %, A_2 30 % et A_3 20 %. La proportion de pièces défectueuses est de 2 % dans A_1, 3 % dans A_2 et 5 % dans A_3. On prélève une pièce au hasard dans la production ; D : « la pièce est défectueuse ». Construire l'arbre pondéré.

b. Justifier que A_1, A_2, A_3 forment une partition de l'univers, puis calculer $P(D)$.

c. La pièce prélevée est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de l'atelier A_3 ? Arrondir au millième.

5 Vrai ou faux ? Justifier. ●●○

a. Si A et B sont incompatibles, avec $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$, alors ils sont indépendants.

b. Si $P(A) \neq 0$, alors $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$.

c. Si $0 < P(A) < 1$, alors $P_A(B) + P_{\overline{A}}(B) = 1$.

d. Si A et B sont indépendants, alors A et $\overline{B}$ le sont aussi.

e. Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P_A(B) = P_B(A)$.

f. Si $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cup B) = 0{,}7$, alors A et B sont indépendants.

Énoncé	Ta réponse	Pourquoi ?
a. Si A et B sont incompatibles, avec $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$, alors ils sont indépendants.		
b. Si $P(A) \neq 0$, alors $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$.		
c. Si $0 < P(A) < 1$, alors $P_A(B) + P_{\overline{A}}(B) = 1$.		
d. Si A et B sont indépendants, alors A et $\overline{B}$ le sont aussi.		
e. Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P_A(B) = P_B(A)$.		
f. Si $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cup B) = 0{,}7$, alors A et B sont indépendants.		

6 Deux dés à quatre faces ●●○

a. On lance deux dés équilibrés à quatre faces, l'un rouge, l'autre vert ; chacun donne un nombre de 1 à 4, chaque nombre avec la probabilité $\frac{1}{4}$. Justifier que l'on peut modéliser l'expérience par deux épreuves indépendantes, puis la représenter par un tableau donnant la somme des deux nombres et la probabilité de chaque case.

b. Calculer la probabilité de l'évènement F : « la somme vaut 5 ».

c. E : « le dé rouge donne un nombre pair ». Les évènements E et F sont-ils indépendants ?

7 Répondre au hasard à un QCM

a. Un QCM comporte 4 questions ; chacune propose 3 réponses, dont une seule est juste. Un élève répond au hasard à chaque question, indépendamment. Justifier qu'il s'agit de la répétition de 4 épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, et donner leur paramètre.

b. Combien l'arbre compte-t-il de chemins ? Calculer la probabilité de n'avoir aucune bonne réponse.

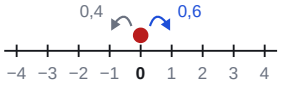
c. Calculer la probabilité d'avoir exactement 3 bonnes réponses.

d. Lou a écrit : « $P(\text{exactement } 3) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{81}$ ». Repérer son erreur.

e. Calculer la probabilité d'avoir au moins 3 bonnes réponses.

8 Une marche aléatoire

a. Un pion part de l'origine d'un axe gradué. À chaque étape, il avance d'une unité vers la droite avec la probabilité $0{,}6$, ou recule d'une unité vers la gauche, indépendamment des étapes précédentes. Quelles sont ses positions possibles après 4 étapes ?



Un pas à droite : $0{,}6$; à gauche : $0{,}4$.

b. Calculer la probabilité que le pion soit revenu à l'origine après 4 étapes.

c. Calculer la probabilité qu'il soit à la position 2 ou au-delà après 4 étapes.

Corrigé détaillé sur **progresschool.fr** — chapitre « Conditionnement — Probabilité conditionnelle, arbres, indépendance ».